

Strategi Rekursif dan Eksplisit pada Generalisasi Aljabar Siswa Kelas XI Ditinjau dari Gaya Kognitif

Iman Aniyatuz Zakiyah¹, I Nengah Parta¹, Hendro Permadi¹

¹Pendidikan Matematika-Universitas Negeri Malang

INFO ARTIKEL

Riwayat Artikel:

Diterima: 18-10-2021

Disetujui: 18-11-2021

Kata kunci:

recursive strategy;
algebraic generalizations;
cognitive style;
strategi rekursif;
generalisasi aljabar;
gaya kognitif

ABSTRAK

Abstract: The aim of this study is to describe the recursive and explicit strategies of algebraic generalization used by 11st grade students based on their cognitive styles and used descriptive qualitative methodology. The subject consisted of 3 *field dependent* and 3 *field independent* students. Given 2 tasks to determine the strategies used by students. The problem given are related to near and far generalization. The recursive strategy requires the subject to know the relationship of each term to determine the pattern, whereas the explicit strategy allows the subject to use various rules accordingly. The results show that FD and FI subject use recursive strategy for near generalization problem. But for far generalization problem, FD use recursive and FI use explicit strategy. The findings of this study is there was one subject of FI that use recursive strategy for far generalization problem.

Abstrak: Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan strategi rekursif dan eksplisit generalisasi aljabar siswa kelas XI yang ditinjau dari gaya kognitif dengan menggunakan metode kualitatif deskriptif. Subjek penelitian adalah masing-masing tiga siswa *field dependent*(FD) dan *field independent*(FI). Diberikan dua masalah untuk mengetahui strategi yang digunakan oleh siswa. Masalah yang diberikan berkaitan dengan generalisasi sederhana dan rumit. Strategi rekursif mengharuskan subjek untuk mengetahui hubungan tiap suku untuk menentukan pola, sedangkan strategi eksplisit memungkinkan subjek untuk menggunakan berbagai aturan yang sesuai. Hasil penelitian adalah subjek FD dan FI menggunakan strategi rekursif untuk generalisasi sederhana, sedangkan generalisasi rumit subjek FD menggunakan strategi rekursif. Namun subjek FI menggunakan strategi eksplisit. Temuan dalam penelitian ini menunjukkan bahwa ada 1 subjek FI yang menggunakan strategi rekursif untuk menyelesaikan generalisasi rumit.

Alamat Korespondensi:

Iman Aniyatuz Zakiyah
Pendidikan Matematika
Universitas Negeri Malang
Jalan Semarang 5 Malang
E-mail: zakiyahsh85@gmail.com

Generalisasi dalam aktivitas matematika memiliki peranan yang sangat penting (Barbosa & Vale, 2015) karena generalisasi terdapat dalam berbagai konteks matematika diantaranya aritmatika yang fokus dalam menggeneralisasikan operasi dan sifat-sifat bilangan, dalam numerik dan pola geometris yang mendeskripsikan hubungan fungsional dan dalam generalisasi tentang aljabar abstrak (Marjanovic & Zeljic, 2013; Alajmi, 2016). Generalisasi aljabar juga mendapat perhatian yang cukup besar di dunia pendidikan matematika yang mengharuskan untuk diperkenalkan lebih awal (NCTM, 2000). Selain itu, generalisasi juga membantu siswa untuk mengembangkan kemampuan berhitung, mengurutkan, dan menyusun strategi berpikir mereka (Guner et al., 2013). Generalisasi penting juga untuk mengembangkan skema berpikir aljabar, yaitu siswa yang dapat menggeneralisasi secara simbolis akan memiliki skema berpikir aljabar yang terhubung dengan baik (Girit & Akyüz, 2016; Steele, & Johanning, 2016).

Terdapat banyak strategi generalisasi yang dikemukakan oleh para ahli, diantaranya strategi rekursif, eksplisit, *whole object*, *chunking*, *counting* dan sebagainya. Namun dalam penelitian ini kerangka strategi generalisasi dari Lannin dkk. yang digunakan. Kerangka yang digunakan adalah rekursif dan eksplisit (Lannin et al., 2006). Rekursif dijelaskan sebagai strategi yang mengharuskan siswa mendeskripsikan hubungan yang terjadi dari nilai-nilai yang berurutan. Sementara itu, eksplisit dijelaskan sebagai aturan yang dibangun berdasarkan situasi dengan menghubungkan operasi hitung yang ada (Lannin, 2005). Ketertarikan dalam penelitian tentang strategi generalisasi aljabar muncul dari gagasan bahwa struktur matematika dapat diamati dengan mencari pola dan hubungannya (Yeşildere & Akkoç, 2010). Selain itu, representasi pola yang berbeda memiliki efek positif pada pembentukan dasar aljabar (Akkan & Çakiroğlu, 2012).

Studi yang dilakukan oleh Guner menunjukkan bahwa siswa dengan tingkatan menengah (SMP) cenderung menggunakan strategi rekursif untuk mencari nilai dari generalisasi yang dekat, dan masih ada siswa yang belum berhasil dalam melakukan generalisasi (Guner et al., 2013). Dalam penelitian lain, siswa cenderung fokus dalam satu aturan dan jawaban benar sehingga siswa hanya terpaku dalam aturan eksplisit (Alajmi, 2016). Hasil penelitian Hourigan dan Leavy menunjukkan bahwa siswa hanya fokus dalam bilangan yang membuatnya terjebak dalam hubungan rekursif (Hourigan & Leavy, 2015). Selain itu, Lannin dkk. menemukan tiga faktor yang memengaruhi siswa dalam menggunakan strategi generalisasinya, yaitu faktor tugas, sosial, dan kognitif (Lannin et al., 2006). Faktor tugas merupakan faktor dari masalah yang diberikan, sosial adalah faktor lingkungan yang mempengaruhi siswa seperti teman dan guru, dan faktor kognitif adalah faktor yang berasal dari siswa itu sendiri atau gaya kognitif siswa itu sendiri (Lannin et al., 2006).

Gaya kognitif adalah strategi dan sikap yang relatif stabil yang menentukan seorang individu dalam mengamati, mengingat dan memecahkan masalah (Onyekuru, 2015). Gaya kognitif juga salah satu cara menerima dan mengolah informasi dari lingkungan sekitar (Schmittau, 2011). Saxena menyatakan gaya kognitif sebagai cara individu merespon stimulus mereka (Marwazi et al., 2018). Gaya kognitif juga dapat dikatakan sebagai kecenderungan seseorang dalam melihat masalah secara global (Onyekuru, 2015; Setiawan et al., 2020). Berdasarkan pendapat para ahli dapat disimpulkan bahwa gaya kognitif adalah sikap atau cara seorang individu untuk melihat, merespon dan mengolah informasi dari lingkungan sekitarnya.

Berdasarkan faktor psikologi, gaya kognitif dapat diklasifikasikan menjadi gaya *field dependent* dan *field independent* (Marwazi et al., 2018). *Field independent* merupakan gaya kognitif dimana individu cenderung menetapkan tujuan untuk dirinya sendiri, sedangkan *field dependent* merupakan gaya kognitif dimana individu lebih dapat mengakomodasi antar individu (Onyekuru, 2015). *Field dependent* (FD) merupakan tipe berpikir secara global, menerima struktur dan informasi yang telah tersedia, berorientasi sosial. Sedangkan *field independent* (FI) merupakan tipe yang mengutamakan motivasi internal, mampu menganalisis situasi yang terlepas dari konteksnya, dan berorientasi tidak secara pribadi (Naraghypour & Baghestani, 2018).

Sebagian besar penelitian yang dilakukan untuk mengetahui strategi generalisasi aljabar cenderung berfokus pada siswa SMP dan mahasiswa sebagai subjek penelitian. Seperti penelitian yang dilakukan oleh Alajmi (2016) yang menunjukkan bahwa strategi generalisasi aljabar yang digunakan mahasiswa di universitas Kuwait meliputi strategi rekursif, *whole object*, dan eksplisit. Guner dkk (2013) menemukan bahwa siswa kelas VII dan VIII di Turki menggunakan strategi guessing and checking dan rekursif untuk menyelesaikan masalah generalisasi. Barbosa & Vale (2015) mengidentifikasi bahwa mahasiswa calon guru menggunakan counting dan rekursif untuk menyelesaikan generalisasi pada pola gambar. Kusumaningtyas dkk. (2017) melaporkan bahwa siswa kelas VII SMP dengan gaya kognitif *field independent* menggunakan strategi counting dan eksplisit, sedangkan siswa dengan gaya kognitif *field dependent* menggunakan strategi rekursif dan *difference rate-no adjustment* dalam menyelesaikan masalah generalisasi pola. Sedangkan Setiawan dkk.(2020) melaporkan bahwa siswa SMP kelas VIII dengan gaya *field dependent* menggunakan strategi rekursif dan strategi berbeda untuk menyelesaikan pola linier. Penelitian-penelitian terdahulu yang cenderung berfokus pada siswa SMP dan mahasiswa padahal generalisasi dapat pula menjadi tantangan untuk siswa SMA (Barbosa dkk., 2012; Carraher dkk., 2008). Selain itu, pengetahuan yang berbasis dari penelitian tentang strategi yang digunakan siswa dapat memberikan informasi yang berguna untuk meningkatkan desain dan penerapan instruksi matematis (Lannin et al., 2006). Hal inilah yang menjadi latar belakang peneliti untuk meneliti strategi generalisasi aljabar pada siswa kelas XI SMA.

Penelitian ini fokus pada siswa kelas XI pada jurusan MIPA di SMAN 1 Talun karena belum adanya penelitian yang mendalam tentang strategi generalisasi aljabar disana. Sedangkan tujuan penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan strategi generalisasi aljabar siswa kelas XI yang ditinjau dari gaya kognitif. Penelitian ini perlu dilakukan mengingat pentingnya memahami strategi generalisasi aljabar yang digunakan oleh siswa karena generalisasi merupakan inti dari matematika (Alajmi, 2016). Mengingat perkembangan teknologi dan pembelajaran pada era ini, maka diperlukan rancangan pembelajaran yang lebih efektif. Sehingga dengan mengetahui gaya kognitif siswa, diharapkan guru mampu untuk melihat cara berpikir siswa dan dapat menyusun rancangan pembelajaran yang lebih efektif dalam materi generalisasi aljabar. Dengan diketahui pula strategi generalisasi siswa, guru dapat menentukan metode pembelajaran yang tepat untuk disampaikan dalam kelas, maka penting untuk meneliti strategi generalisasi aljabar ini.

METODE

Penelitian kualitatif deskriptif dipilih sebagai metodologi dalam penelitian ini karena merupakan pilihan terbaik untuk menjawab tujuan penelitian. Total terdapat 33 siswa kelas XI-IPA 6 SMAN 1 Talun tahun ajaran 2019/2020 yang berpartisipasi dalam penelitian yang berbasis daring. Dilakukannya penelitian secara daring karena situasi yang tidak memungkinkan untuk dilakukannya tatap muka mengingat pandemi *covid-19* yang masih tinggi. Penelitian diawali dengan memberikan *Group Embanded Figure Test* (GEFT) untuk menentukan gaya kognitif siswa. Hasil analisis GEFT menunjukkan terdapat sembilan siswa yang memiliki gaya kognitif *field dependent* dan tujuh siswa memiliki gaya kognitif *field independent*. Selanjutnya siswa diberikan tes generalisasi aljabar untuk mengetahui strategi generalisasi yang digunakan. Kemudian dipilih enam siswa secara random sebagai subjek penelitian, yaitu tiga siswa dengan gaya kognitif *field dependent* dan tiga siswa dengan gaya kognitif

field independent. Subjek didasarkan pada indikator penelitian dan rekomendasi yang diberikan oleh guru matematika yang mengampu kelas tersebut. Selanjutnya, peneliti melakukan wawancara terhadap subjek untuk memperkuat hasil dari tes generalisasi aljabar subjek.

Instrumen penelitian terdiri dari dua instrumen yaitu instrumen utama dan pendukung. Instrumen utama adalah peneliti itu sendiri. Sementara itu, instrumen pendukung, meliputi GEFT, tes generalisasi aljabar, dan pedoman wawancara. GEFT merupakan tes yang dikembangkan oleh Witkin dkk. tahun 1976. GEFT dipilih karena merupakan tes yang paling banyak diterima untuk mengukur gaya kognitif *field dependent* dan *field independent* (Khodadady & Zeynali, 2012). GEFT yang digunakan merupakan terjemahan dari versi bahasa Inggris tanpa mengubah soal yang ada. Namun, waktu pengerjaan disesuaikan dengan lapangan mengingat penelitian dilakukan secara daring. GEFT terdiri dari 25 soal yang terbagi ke dalam tiga sesi dimana tujuh soal dalam sesi pertama merupakan soal latihan yang tidak akan dianalisis. Sesi kedua dan ketiga masing-masing terdiri dari sembilan soal yang akan dianalisis untuk mengetahui gaya kognitif siswa.

Tes generalisasi aljabar berupa dua tes uraian yang dikembangkan oleh peneliti yang berdasarkan masalah generalisasi sederhana dan generalisasi rumit. Masalah generalisasi sederhana adalah masalah dengan pola yang mudah diketahui dan diselesaikan dengan bertahap satu demi satu, sedangkan masalah generalisasi rumit adalah masalah yang polanya tidak terlihat secara langsung (Wilkie, 2014; Zapatera, 2017). Masalah pertama bertujuan untuk melihat strategi yang digunakan, sedangkan masalah kedua bertujuan untuk mengetahui konsistensi jawaban yang diberikan oleh siswa. Terakhir adalah pedoman wawancara yang digunakan untuk menggali informasi yang lebih dalam dan sebagai pendukung hasil tes generalisasi aljabar dari subjek penelitian. Pedoman wawancara berisi pertanyaan yang disesuaikan dengan strategi generalisasi yang digunakan oleh siswa.

Analisis data meliputi hasil GEFT, tes generalisasi aljabar dan wawancara. Hasil GEFT dianalisis dengan mengelompokkan siswa kedalam *field dependent* dan *field independent*. Namun Witkin dkk. tidak secara spesifik memberikan skor untuk mengelompokkan siswa kedalam FD dan FI (Onyekuru, 2015). Oleh karena itu, peneliti membagi data menjadi empat bagian (kuartil) karena data yang diambil belum tentu menunjukkan bahwa data normal. Kemudian untuk memastikan siswa memiliki kecenderungan yang kuat kedalam gaya FD atau FI maka hanya skor yang berada di bawah kuartil 1 dan diatas kuartil 3 yang diambil. Skor yang kurang dari sama dengan kuartil 1 memiliki gaya FD dan skor yang lebih dari sama dengan kuartil 3 memiliki gaya FI. Tabel 2 menunjukkan bagaimana pengelompokan pada hasil GEFT.

Tabel 1. Dasar Pengelompokan GEFT

Skor	Gaya Kognitif
$Skor \leq Q_1$	<i>Field dependent (FD)</i>
$Skor \geq Q_3$	<i>Field independent (FI)</i>

Selanjutnya adalah tes generalisasi aljabar dianalisis sesuai dengan indikator strategi generalisasi aljabar yang dikemukakan oleh (Lannin et al., 2006). Adapun indikator strategi generalisasi aljabar dijelaskan dalam tabel 3 di bawah. Kemudian data akan dideskripsikan secara detail agar mendapatkan temuan yang valid. Dan untuk mendukung temuan yang ada, dilakukannya wawancara terhadap subjek yang kemudian diubah ke dalam bentuk transkrip wawancara. Demikian dilakukan supaya mendapatkan gambaran deskriptif dari subjek.

Tabel 2. Indikator Strategi Generalisasi Aljabar

Strategi	Indikator
Rekursif	Siswa dapat menentukan informasi yang ada dalam soal Siswa memulai dengan mencari biaya minimal yang ada dalam soal misalnya U_{n-2} Siswa mencari nilai yang lebih besar misalnya U_{n-1} Siswa mencari hubungan antara biaya minimal dengan yang lebih besar, misalnya hubungan U_{n-2} dengan U_{n-1} Siswa mengaplikasikan hubungan antara biaya minimal dengan yang lebih besar (pola) yang diketahui untuk mencari nilai ke- n
Eksplisit	Siswa dapat menentukan informasi yang ada dalam soal. Siswa tidak mencari rumus pola untuk menentukan nilai suku lainnya. Siswa hanya mengoneksikan informasi yang didapatkan dengan menggunakan operasi hitung untuk mencari nilai suku yang lain.

HASIL

Dalam bagian ini akan dijelaskan hasil dari GEFT dan strategi yang digunakan untuk menyelesaikan masing-masing soal yang ada di tes generalisasi aljabar.

Hasil GEFT

Berdasarkan hasil analisis GEFT diketahui bahwa nilai kuartil 1 adalah 6 yang berada pada data ke-9, sedangkan nilai kuartil 3 adalah 14 yang berada pada data ke-17. Berdasarkan penilaian GEFT diketahui bahwa data yang berada di bawah data ke-9 yang memiliki skor kurang dari sama dengan 6 merupakan siswa dengan gaya kognitif FD. Sedangkan data yang berada di atas data ke-17 atau yang memiliki skor lebih dari sama dengan 14 merupakan siswa dengan gaya kognitif FI. Dan berdasarkan analisis yang dilakukan diketahui bahwa terdapat sembilan siswa dengan gaya kognitif FD dan tujuh siswa dengan gaya FI. Hal ini dapat dilihat pada tabel 3.

Tabel 3. Pengelompokan Gaya Kognitif

Gaya Kognitif	Jumlah Siswa	Persentase
FD	9	27,27%
FI	7	21,21%

Strategi generalisasi aljabar subjek FD dan FI

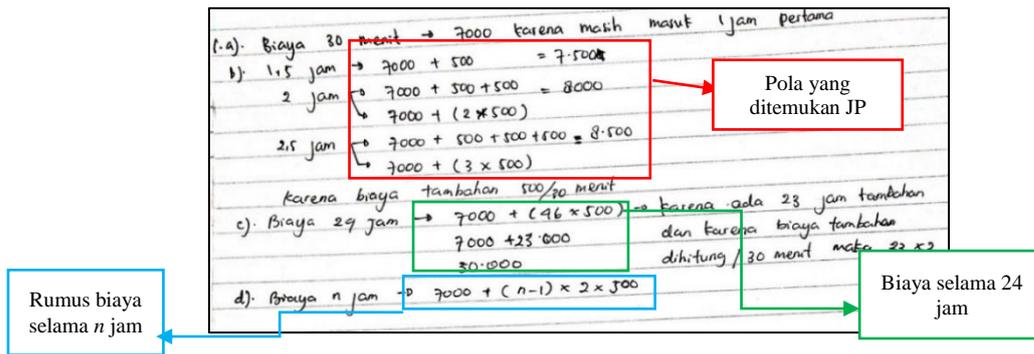
Hasil analisis memfokuskan kepada strategi generalisasi yang digunakan subjek field dependent (FD) dan field independent (FI). Sehingga daripada menyajikan hasil dari masing-masing pekerjaan subjek, maka peneliti memilih untuk merefleksikan aspek-aspek yang muncul dalam penelitian. Peneliti menyorot dua permasalahan generalisasi yang berbeda yaitu: generalisasi sederhana dan generalisasi rumit. Dalam menyelesaikan masalah, subjek menggunakan strategi generalisasi yang berbeda. Penggunaan strategi tergantung pada konteks masalah yang disajikan yang dijelaskan lebih lanjut pada bagian berikut.

Strategi generalisasi subjek FD dan FI dalam menyelesaikan generalisasi sederhana

Ketika subjek dihadapkan dengan soal generalisasi sederhana, subjek FD maupun FI menggunakan strategi rekursif. Hasil analisa menunjukkan bahwa subjek FD dan FI menentukan informasi dalam soal sebagai langkah awal penyelesaian. Kemudian dilanjutkan dengan menentukan nilai terkecil (biaya minimal penggunaan wifi) yang dilanjutkan dengan menentukan biaya yang lebih besar yaitu biaya 1,5 jam, 2 jam dan 2,5 jam. Setelah keseluruhan biaya diketahui, subjek mencari hubungan dari masing-masing biaya untuk mendapatkan pola. Pola yang diketahui digunakan subjek untuk mencari biaya penggunaan wifi selama 24 jam. Sebagai langkah akhir, subjek menentukan rumus yang digunakan untuk mencari biaya penggunaan wifi selama n jam berdasarkan pola yang telah diketahui dan teruji.

Strategi generalisasi sederhana

Masalah pertama tentang biaya penggunaan wifi yang merupakan generalisasi sederhana dimulai subjek FD yaitu NN, JP dan RS dengan menambahkan 500 dengan 7.000 untuk mencari biaya pemakaian wifi selama 1,5 jam dan menjumlahkannya kembali dengan 500 untuk setiap tambahan waktu selama 30 menit. Kemudian subjek menghubungkan masing-masing biaya yang telah diketahui sehingga diperoleh pola (+500). Pola (+500) ini kemudian digunakan subjek FD untuk menentukan biaya penggunaan wifi selama 24 jam sekaligus menguji apakah pola ini merupakan pola yang benar. Selanjutnya, subjek FD menentukan rumus mencari biaya selama n jam berdasarkan pola yang diketahui ini. Kedua subjek NN dan RS mampu untuk menentukan rumus biaya n jam kedalam bentuk paling sederhana, namun lain halnya dengan subjek JP yang belum mampu untuk melakukannya. Berikut merupakan hasil pengerjaan subjek JP (gambar 1).



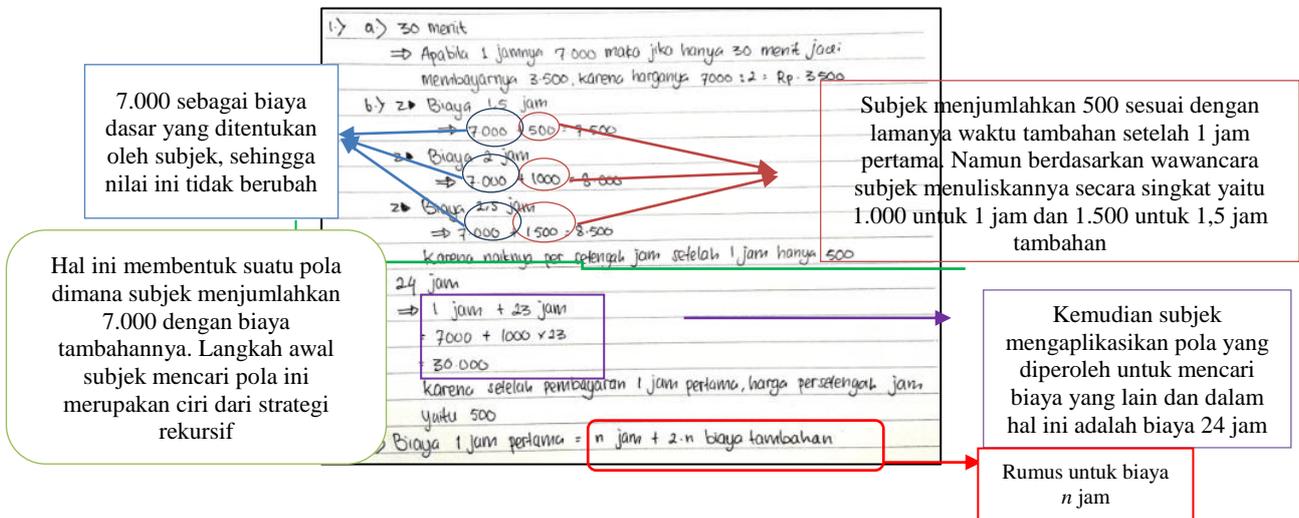
Gambar 1. Hasil Pengerjaan Subjek JP

Dapat dilihat bahwa dalam menentukan biaya selama n jam, JP menuliskan $7.000 + (n-1) \times 2 \times 500$ yang seharusnya bisa disederhanakan menjadi $1.000n + 6.000$. Meskipun JP belum mampu menentukan rumus dalam bentuk paling sederhana, JP memahami apa yang dituliskannya. Hal ini didukung dari hasil wawancara yang dilakukan oleh peneliti kepada subjek.

P: Kalau untuk biaya n jam. Kenapa tiba-tiba ada $n - 1$?

JP: $n - 1$ itu untuk mencari lamanya jam tambahannya, Bu. Jadi yang 7.000 itu biaya 1 jam pertama, lalu yang $(n - 1)$ itu lamanya jam tambahan dan saya kalikan 2 supaya nanti terhitungnya 30 menit. Terakhir saya kalikan 500 karena itu biaya tambahan per 30 menitnya.

Sama dengan subjek FD, subjek FI yaitu FG, MA dan AT memulai penyelesaian dengan menambahkan 500 dengan 7.000. Namun subjek FG belum menampilkan pola yang digunakan untuk menyelesaikan masalah. Setelah dilakukannya wawancara, FG menjelaskan bahwa untuk memperoleh biaya 2 jam, FG menjumlahkan $7.000 + 500 + 500$, FG memiliki alasan untuk mempermudah penulisan sehingga FG menjumlahkannya dengan 1.000. FG menuliskan kesalahan dalam membuat rumus generalisasi yang mana FG menuliskan n jam sebagai biaya dasar yang tidak berubah yang seharusnya adalah 7.000. Sehingga rumus yang diperoleh FG adalah $U_n = n \text{ jam} + 2n \times \text{biaya tambahan}$. Berikut hasil pengerjaan dan sedikit kutipan wawancara subjek FG (Gbr. 2).



Gambar 2. Jawaban Soal Nomor 1 FG

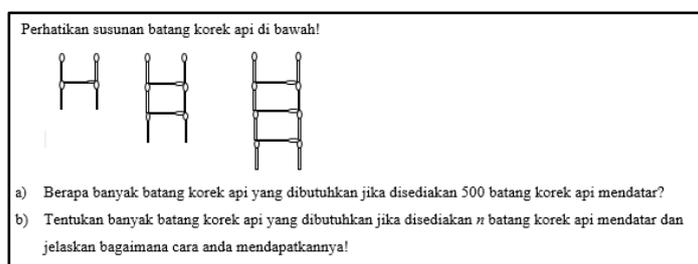
- P : Kenapa yang 1.5 jam itu ditambah 500, sedangkan yang 2 jam ditambah dengan 1.000?
- FG : supaya mudah menghitungnya bu. Kan kalau 30 menit nambahnya 500 jadi kalau 1 jam kan nambahnya $500 + 500$, biar mudah hitungnya langsung saya tulis 1.000 bu.
- P : kalau untuk mencari biaya n jam?
- FG : Itu n jam dari harga jam pertama terus ditambah dengan biaya tambahan yang per 30 menit.
- P : bedanya n jam yang awal dengan $2n$ yang belakang apa?

FG : n jam yang awal itu biaya 1 jam pertama bu, kalau $2n$ itu untuk biaya tambahannya. 1 jam itukan ada 2, 30 menit jadi $2n$ bu terus dikalikan biaya tambahannya.

Berdasarkan kutipan wawancara diketahui bahwa FG sebenarnya mengetahui bagaimana rumus generalisasi pada soal pertama, namun FG tidak mengetahui bahwa yang dijadikan biaya dasar yang tidak berubah adalah 7.000. Selain itu penulisan rumus untuk biaya selama n jam masih belum tepat. Berdasarkan langkah-langkah yang dilakukan oleh subjek FD dan FI dalam menyelesaikan masalah generalisasi sederhana dapat diketahui bahwa subjek memiliki kecenderungan menggunakan strategi rekursif. Hal ini sesuai dengan indikator strategi rekursif yang dimulai dengan menentukan nilai terkecil, menentukan pola barulah menggunakan pola tersebut untuk menentukan nilai yang lebih besar.

Strategi generalisasi rumit

Gambar 3 menunjukkan soal yang berkaitan dengan banyak batang korek api dengan pola yang tidak diketahui secara langsung. Soal dengan tipe seperti ini merupakan bentuk soal generalisasi rumit yang mengharuskan siswa untuk membedah pola sendiri. Subjek FD dan FI memiliki pandangan strategi generalisasi yang berbeda dalam menyelesaikan masalah ini. Subjek FD memiliki kecenderungan untuk menemukan pola terlebih dahulu sebelum menentukan banyaknya batang korek api yang ditanyakan. Sedangkan subjek FI memiliki kecenderungan untuk menghubungkan informasi yang diketahui dengan operasi hitung yang memungkinkan.



Gambar 3. Soal tentang banyak batang korek api.

Subjek FD memulai langkah awal dengan mencari informasi yang ada dalam soal yaitu dengan menentukan jumlah batang korek api dalam masing-masing susunan. Subjek NN dan JP kemudian membagi jumlah keseluruhan batang korek api menjadi batang korek api tegak dan mendatar. Kemudian mereka menentukan pola dengan mencari selisih dari masing-masing batang korek api tegak dan mendatar yaitu $+2$. NN dan JP juga menemukan bahwa terdapat 2 batang korek api pada bagian terbawah yang memiliki jumlah yang sama walaupun susunan semakin banyak. Pola ini kemudian digunakan NN dan JP untuk menentukan banyaknya batang korek api jika terdapat 500 batang korek api yang mendatar. Gambar 4 menunjukkan hasil pengerjaan subjek NN.

2. a.)

1	2	3
2	4	6
3	6	10
500	?	?

Jumlah batang korek api mendatar

Jumlah batang korek api vertikal

Total keseluruhan batang korek api

Selisih tiap-tiap batang korek api vertikal

Setelah subjek menghitung masing-masing batang korek api diperoleh pola bahwa setiap 1 batang korek api mendatar terdapat 2 batang korek api vertikal dan terdapat pula 2 batang korek api terbawah yang tidak berubah jumlahnya.

Jadi Dengan Pola

$$(500 \times 2) + 2 + 500 = 1502$$

b.) $n \times 2 + 2 + n$

Gambar 4. Hasil Pengerjaan Subjek NN

NN : jadi untuk 500×2 itu karena setiap 1 batang korek mendatar ada 2 yang tegak lalu ditambah dengan 2 karena 2 itu batang korek dibawahnya yang mendatar. Terus ditambah 500 lagi karena 500 itu batang korek mendatarnya.

P : kenapa yang 500 itu ada yang dikalikan 2 dan ada yang tidak?

NN : yang 500×2 itu untuk mencari batang korek yang tegak saja kak, kalau yang 500 belakang itu jml batang korek yang mendatarnya.

P : untuk rumus jika diberikan n batang?

NN : karena ada 2 batang korek api yang tegak lalu ada n batang korek api yang mendatar. Jadi kalau misalnya ada 2 batang korek api yang mendatar itu kalau dimasukkan ke rumus jadi $(2 \times 2) + 2 + 2 = 8$. Jadi begitu kak..., saya agak bingung kak kalau menjelaskannya.

Berdasarkan hasil pengerjaan dan kutipan wawancara diketahui bahwa subjek NN memecah susunan batang korek api menjadi beberapa bagian untuk memperoleh pola dari soal. Hal ini menunjukkan bahwa NN menggunakan strategi rekursif untuk menyelesaikan masalah banyaknya batang korek api. Namun, NN belum mampu untuk menyederhanakan rumus yang telah diketahuinya. Namun demikian jawaban dan rumus generalisasi yang diberikan oleh NN benar.

Berbeda dengan NN dan JP yang menguraikan susunan kedalam batang korek api tegak dan mendatar, RS hanya menghitung jumlah batang korek api secara keseluruhan pada masing-masing susunan. RS menentukan pola dengan mencari selisih dari jumlah tiap susunan. Selanjutnya, RS menggunakan pola tersebut untuk mencari banyaknya batang korek api dari 500 batang korek api mendatar yang disajikan. RS mengalikan 500 dengan 3 dan menjumlahkannya dengan 2. Hal ini sesuai dengan hasil penyelesaian RS (Gbr. 5) dan kutipan wawancara.

Handwritten work for subject RS:

2a. pola korek api

5 8 11

+3 +3

1 mendatar = 5

2 — = 8

3 — = 11

$\rightarrow = 500 \times 3 + 2$

$= 1500 + 2$

$= 1502$

b. Rumus $3n + 2$

$n = \text{jumlah ditanya dr batang korek api}$

Annotations:

- Jumlah batang korek api pada susunan ke-1, ke-2 dan ke-3.
- Selisih dari susunan ke-2 dan ke-1, serta ke-3 dan ke-2
- Jumlah batang korek api paling dasar yang tidak berubah
- Rumus mencari banyaknya batang korek api jika terdapat n batang mendatar

Gambar 5. Hasil Penyelesaian Subjek RS

RS : Jadi Bu, saya menghitung masing-masing susunan ini. Lalu saya kurangkan 8 dengan 5 dan 11 dengan 8. Saya ketemu kalau selisihnya sama yaitu +3. Jadi kalau batang korek api mendatarnya ada 500, tinggal kalikan 3 karena polanya +3. Lalu saya tambahkan lagi dengan 2 karena ada batang korek api yang paling bawah tetap Bu.

Subjek FI dalam menyelesaikan masalah generalisasi rumit memulai dengan mengumpulkan informasi yang cukup dan kemudian menghubungkannya dengan operasi hitung yang sesuai. FG mengumpulkan informasi dengan menganalisis susunan batang korek api. Selanjutnya FG menghubungkan informasi tersebut dengan operasi hitung perkalian dan penjumlahan untuk menentukan banyaknya batang korek api keseluruhan. Hal ini dapat lebih jelas dijabarkan dalam hasil penyelesaian (Gbr. 5) beserta cuplikan wawancara yang dilakukan.

Handwritten work for subject FG:

2.) a)

$3 \times 500 + 2$

$1500 + 2$

$1502.$

b) $3n + 2$

Annotations:

- Rumus mencari n batang korek api
- Informasi yang diperoleh JP

Gambar 5. Hasil Penyelesaian Subjek FG

JP : Maksudnya itu 1 batang korek yang mendatar itu ada 2 batang korek yang tegak dan itu saya jadikan 1, lalu kalau batang yang mendatar itu bertambah 1 maka batang yang tegak juga bertambah 2, begitu seterusnya, Bu. Jadi 1 lingkaran itu terdapat 3 batang korek api dengan 1 batang korek api yang mendatar, 2 lingkaran terdapat 2 batang korek yang mendatar, juga 3 lingkaran. Jadi kalau ada 500 batang mendatar sama dengan 500 lingkaran. Karena tadi 1 lingkaran isinya 3 ya saya kalikan 500 dengan 3.

P : Lalu ini kenapa dijumlahkan dengan 2?

JP : 2 itu jumlah batang korek api yang ada di bawah, Bu. Kan yang dibawah tidak berubah, tetap 2.

Berdasarkan hasil pengerjaan dan kutipan wawancara terhadap FG diketahui bahwa informasi yang diperoleh FG menunjukkan bahwa setiap 1 batang korek mendatar terdapat 2 batang korek yang tegak di atasnya. Sehingga terdapat 3 batang korek api untuk 1 lingkaran (Gambar.5). Namun jumlah batang korek api pada bagian dasar tetap sama untuk setiap susunan. Informasi ini kemudian dikoneksikan FG dengan operasi hitung perkalian dan penjumlahan. Operasi perkalian dipilih karena susunan dalam lingkaran (Gambar.5) selalu berulang dengan jumlah yang sama, sehingga jika batang korek api mendatar 500 maka susunan dalam lingkaran akan berulang sebanyak 500 pula. Kemudian 2 dijumlahkan karena batang korek api terdasar berjumlah 2 yang tidak berubah. Sama halnya dengan FG, subjek AT mendapatkan informasi bahwa dalam 1 batang korek api mendatar terdapat 2 korek tegak atau terdapat 3 batang korek api. Gambar 6 menunjukkan hasil pengerjaan AT.

Handwritten solution for subject AT:

2. a. Berapa banyak batang korek api yang dibutuhkan jika disediakan 500 batang korek api mendatar?
 $3 \times 500 + 2 = 1502$
 karena satu batang korek mendatar terdapat 3 jajar korek api horizontal

b. Temukan rumusnya!
 $3n + 2$

Informasi yang diperoleh

Rumus mencari n batang korek api

Jawaban dari soal a

Gambar 6. Hasil Pengerjaan Subjek AT

NU : untuk pertanyaan nomor 2 saya menggunakan logika bu. Jadi seperti nomor 2a, dengan adanya 500 batang korek api mendatar maka $(3 \times 500) + 2$. 3 itu dari jumlah seluruh rangkaian tangga korek api yang terdiri dari 1 batang korek api mendatar dan 2 batang korek api berdiri, dan untuk tambahan 2 untuk bagian ujung bawah atau saya sebut ekor tangga yang berjumlah 2.

Berdasarkan Gambar 6 dan cuplikan wawancara diketahui bahwa AT menghubungkan informasi yang diperolehnya dengan operasi hitung perkalian dan penjumlahan seperti halnya yang dilakukan oleh FG. Ini menunjukkan bahwa FG dan AT menggunakan strategi eksplisit dalam menyelesaikan masalah generalisasi rumit. Hal ini sesuai dengan indikator strategi eksplisit yang hanya menghubungkan informasi yang diperoleh dari soal dengan operasi hitung yang memungkinkan.

Berbeda dengan kedua subjek FG dan AT, subjek MA yang memiliki gaya kognitif FI membagi susunan batang korek api kedalam suatu pola. Sebagaimana gambar 7 yang menunjukkan hasil pengerjaan subjek MA.

Handwritten solution for subject MA:

2.) Jika 1 mendatar, maka jumlah 5
 Jika 2 mendatar, maka jumlah 8
 Maka: jika 500 mendatar, maka...?

1	5	$(1 \times 2) + 2$	jadi dengan pola
2	8	$(2 \times 2) + 2$	$(500 \times 2) + 2 + 500$
3	11	$(3 \times 2) + 2$	$1000 + 2 + 500$
4	14	$(4 \times 2) + 2$	1502

500 - ?

b) $n \times 2 + 2 + n$
 $2n + 2 + n$

Jumlah batang korek api yang tegak

Rumus untuk n batang korek api mendatar

Pola yang diperoleh dari penjabaran jumlah batang korek tegak

Gambar 7. Hasil Pengerjaan Subjek MA

AT : Maksudnya ini begini, 1 batang korek api mendatar itu ada 4 batang korek yang tegak. Nah..., kalau menambah 1 batang mendatar lagi artinya batang yang tegak juga menambah 2. Karena itu diperoleh polanya (1×2) , (2×2) , (3×2) , yang 1,2,3 itu banyaknya batang yang mendatar kalau yang pengali 2 itu banyaknya batang korek yang tegak.

P : Kalau 2 yang setelah +?

AT : itu jumlah batang korek api yang paling bawah.

Berdasarkan gambar 7 dan kutipan wawancara dapat disimpulkan bahwa subjek MA membagi susunan batang korek api menjadi mendatar dan tegak untuk menemukan pola dalam soal. Langkah yang dilakukan MA merupakan indikator strategi rekursif sehingga dapat disebutkan bahwa MA menggunakan strategi rekursif untuk menyelesaikan masalah generalisasi yang rumit.

PEMBAHASAN

Dalam subab ini dibahas tentang bagaimana subjek menggunakan strategi rekursif maupun eksplisit yang ditinjau dari gaya kognitif subjek.

Strategi rekursif Subjek FD dan FI dalam Generalisasi Sederhana

Siswa dengan gaya kognitif *field dependent* dan *field independent* memulai menyelesaikan masalah generalisasi sederhana dengan menentukan nilai terkecil yaitu biaya pada 1 jam pertama. Selanjutnya mereka mencari nilai yang lebih besar, dan menggali hubungan antar nilai terkecil dengan yang lebih besar untuk menemukan suatu pola. Subjek FD dan FI menemukan bahwa setiap 30 menit setelah penggunaan 1 jam pertama, biaya bertambah. Untuk menentukan nilai yang lebih besar, subjek menjumlahkannya dengan nilai pertambahannya sebanyak waktu yang ditentukan. Selanjutnya untuk mencari rumus biaya selama n jam subjek menjumlahkan biaya penggunaan pertama dengan hasil kali $2n$ dengan biaya tambahan. Nilai n dikalikan dengan 2 karena biaya tambahan diberikan setiap 30 menit sedangkan n dalam bentuk jam. Strategi yang dilakukan kedua subjek baik FD maupun FI ini disebut dengan strategi rekursif dimana siswa mencari hubungan tiap-tiap suku atau pola yang ada. Hal ini sesuai dengan pendapat (Alajmi, 2016; Barbosa & Vale, 2015; El Mouhayar, 2019) yang menyatakan bahwa strategi rekursif dibangun dengan menggunakan pola dari perbedaan yang dibangun antara nilai-nilai sebelumnya. Selain itu penelitian tentang strategi rekursif dalam generalisasi sederhana yang sejalan, dilakukan oleh Akkan & Çakiroğlu (2012) yang menyatakan bahwa kebanyakan siswa menggunakan strategi rekursif untuk menyelesaikan masalah dengan pola linier yang mudah dilihat. Wilkie (2014) juga berpendapat bahwa siswa dengan tingkatan yang lebih atas menggunakan strategi rekursif untuk menyelesaikan generalisasi sederhana.

Strategi rekursif subjek FD dalam Generalisasi rumit

Subjek *field dependent* (FD) menyelesaikan masalah generalisasi rumit (batang korek api) dengan menginterpretasikan gambar kedalam bentuk bilangan. FD membagi bilangan ke dalam jumlah batang korek mendatar dan batang korek api tegak. FD menemukan bahwa pada susunan pertama terdapat 1 batang, susunan ke-2 terdapat 2 batang, dan pada susunan ke-3 terdapat tiga batang korek api mendatar, sedangkan jumlah batang korek api yang tegak pada susunan pertama terdapat 4 batang, 6 batang pada susunan ke-2, dan 8 batang pada susunan ke-3. Selanjutnya, subjek FD memperhatikan hubungan yang ada antara masing-masing jumlah batang korek api baik mendatar maupun tegak untuk menemukan pola dan pola yang ditemukan subjek FD adalah $(2n+n)+2$ atau $(3n+2)$. $(2n+n)$ atau $(3n)$ merupakan jumlah batang korek api mendatar dan batang korek api tegak yang berada di atas batang korek api mendatar, sedangkan 2 adalah jumlah batang korek api paling bawah yang tetap (tidak berubah). Pola yang telah ditemukan ini digunakan FD untuk menyelesaikan masalah jumlah batang korek api jika terdapat 500 batang korek api mendatar. Langkah-langkah yang dilakukan oleh FD menunjukkan bahwa mereka menggunakan strategi rekursif untuk menyelesaikan masalah generalisasi rumit. Penelitian yang sesuai dengan hasil ini dilakukan oleh (Alajmi, 2016; Barbosa & Vale, 2015; Yeşildere & Akkoç, 2010) yang menyatakan bahwa strategi rekursif dimulai dengan memperhatikan hubungan antara nilai-nilai yang berurutan untuk memperoleh suatu pola dan pola yang ditemukan digunakan untuk mencari nilai yang lebih besar. Selain itu, penelitian yang dilakukan oleh Setiawan dkk. (2020) yang menyatakan bahwa siswa dengan gaya kognitif FD menggunakan strategi rekursif untuk menyelesaikan masalah linier sejalan dengan hasil penelitian ini. Kusumaningtyas dkk. (2017) dalam penelitiannya juga menyatakan bahwa siswa FD menggunakan strategi rekursif dalam menyelesaikan masalah generalisasi pola.

Strategi Eksplisit subjek FI dalam Generalisasi Rumit

Lain halnya dengan subjek FD, FI menyelesaikan masalah generalisasi rumit dengan mengumpulkan informasi yang dirasa penting sebagai langkah awal. FI menemukan informasi bahwa setiap 1 batang korek api mendatar terdapat 2 batang korek api yang tegak di atasnya sehingga akan ada 3 batang korek api untuk setiap 1 batang korek api mendatar. Selain itu terdapat juga 2 batang korek api pada bagian paling bawah yang jumlahnya tidak berubah untuk setiap susunan yang bertambah. Sebagai langkah lanjutan, subjek FI menghubungkan informasi-informasi yang diperoleh dengan menggunakan operasi hitung perkalian dan penjumlahan. Perkalian digunakan untuk menghubungkan informasi bahwa setiap 1 batang korek api mendatar terdiri dari 3 batang korek api ($3n$). Penjumlahan digunakan FI untuk menghubungkan hasil dari perkalian dengan 2 batang korek api pada bagian paling bawah yang tidak berubah. Sehingga diperoleh rumus $(3n + 2)$ yang kemudian digunakan subjek FI untuk menentukan jumlah batang korek api jika terdapat 500 batang korek api mendatar. Berdasarkan langkah yang dilakukan subjek FI dapat disimpulkan bahwa FI menggunakan strategi eksplisit untuk menyelesaikan masalah generalisasi

rumit. Ini sesuai dengan penelitian yang dilakukan oleh (Alajmi, 2016; Guner et al., 2013; Yeşildere & Akkoç, 2010) yang menyatakan strategi eksplisit sebagai aturan yang dibangun berdasarkan informasi yang tersedia dengan menghubungkan melalui operasi hitung yang sesuai dan memungkinkan untuk dihitung secara langsung. Wilkie (2014) dalam penelitiannya menyatakan bahwa strategi eksplisit merupakan strategi yang cenderung digunakan untuk menyelesaikan masalah generalisasi rumit yang sesuai dengan penelitian ini. Hal yang sama juga dikemukakan oleh (Akkan, 2013; Akkan & Çakiroğlu, 2012) dalam penelitiannya yang menyatakan bahwa siswa dengan level lebih tinggi memiliki kecenderungan untuk menggunakan berbagai strategi termasuk eksplisit, dengan menggunakan strategi eksplisit siswa lebih mudah untuk menyelesaikan generalisasi yang rumit.

Meskipun subjek FI memiliki kecenderungan menggunakan strategi eksplisit dalam menyelesaikan generalisasi rumit, namun terdapat satu subjek FI yang menggunakan strategi rekursif. Subjek tersebut memulai dengan membagi susunan menjadi banyaknya batang mendatar dan tegak. Hal yang sama yang dilakukan oleh subjek FD. Satu subjek ini juga mencari selisih pada masing-masing susunan yang telah dibaginya untuk menemukan pola. Langkah-langkah ini sesuai dengan apa yang dilakukan oleh subjek FD dalam menyelesaikan generalisasi rumit.

SIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa subjek dengan gaya kognitif *field dependent* (FD) dan *field independent* (FI) menyelesaikan masalah generalisasi sederhana dengan menggunakan strategi rekursif. Mereka memulai dengan menentukan biaya terendah, kemudian menentukan biaya 1,5 jam, 2 jam dan 2,5 jam. Selanjutnya mereka menentukan pola dengan mencari hubungan dari masing-masing biaya. Pola yang telah diketahui digunakan untuk menentukan biaya yang lebih besar.

Dalam generalisasi rumit, subjek *field dependent* (FD) dan *field independent* (FI) memiliki strategi yang berbeda. Mereka memiliki penafsiran dalam menyelesaikan soal dengan berbeda. Subjek FD memiliki kecenderungan untuk menggunakan strategi rekursif dengan membagi susunan batang korek api dan mencari pola yang ada. Pola yang telah diketahui selanjutnya digunakan untuk menentukan jumlah batang korek api yang lebih besar. Lain hal dengan subjek FI yang memiliki kecenderungan menggunakan strategi eksplisit. Subjek FI hanya memanfaatkan informasi yang diketahuinya dan menghubungkannya dengan operasi hitung yang memungkinkan untuk memperoleh rumus umum. Rumus ini kemudian digunakannya untuk menentukan jumlah batang korek api yang lebih besar. Namun, terdapat satu subjek FI yang menyelesaikan masalah generalisasi rumit dengan menggunakan strategi rekursif. Hal ini berbeda dengan subjek FI lainnya dan ini merupakan temuan dalam penelitian ini.

DAFTAR RUJUKAN

- Akkan, Y. (2013). Comparison of 6 th -8 th Graders' Efficiencies, Strategies and Representations Regarding Generalization Patterns Estudo Comparativo da Eficácia de Estratégias e Representações Usadas por Estudantes da Escola Básica em Problemas Relativos à Generalização d. *Bolema*, 27(47), 703–732.
- Akkan, Y., & Çakiroğlu, Ü. (2012). *Doğrusal ve İkinci Dereceden Örüntüleri Genelleştirme Stratejileri : 6-8 . Sınıf Öğrencilerinin Karşılaştırılması Generalization Strategies of Linear and Quadratic Pattern: A Comparison of 6 th -8 th Grade Students*. 37(165).
- Alajmi, A. H. (2016). Algebraic Generalization Strategies Used by Kuwaiti Pre-service Teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(8), 1517–1534. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9657-y>
- Barbosa, A., & Vale, I. (2015). Visualization in pattern generalization: Potential and Challenges. *Journal of the European Teacher Education Network*, 10(1), 57–70.
- El Mouhayar, R. (2019). Exploring Teachers' Attention to Students' Responses in Pattern Generalization Tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(6), 575–605. <https://doi.org/10.1007/s10857-018-9406-6>
- Girit, D., & Akyüz, D. (2016). Farklı Sınıf Seviyelerindeki Ortaokul Öğrencilerinde Cebirsel Düşünme: Örüntülerde Genelleme Hakkındaki Algıları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(1), 243–243. <https://doi.org/10.17522/balikesirnef.277815>
- Guner, P., Ersoy, E., & Temiz, T. (2013). 7Th and 8Th Grade Students' Generalization Strategies of Patterns. *International Journal of Global Education*, 2(4), 38–54.
- Khodadady, E., & Zeynali, S. (2012). Field-Dependence/Independence Cognitive Style and Performance on the IELTS Listening Comprehension. *International Journal of Linguistics*, 4(3). <https://doi.org/10.5296/ijl.v4i3.2389>
- Kusumaningtyas, S. I., Juniati, D., & Lukito, A. (2017). Pemecahan Masalah Generalisasi Pola Siswa Kelas VII SMP Ditinjau dari Gaya Kognitif Field Independent dan Field Dependent. *Kreano, Jurnal Matematika Kreatif-Inovatif*, 8(1), 76–84. <https://doi.org/10.15294/kreano.v8i1.6994>
- Lannin, J. K. (2005). Generalization and Justification: The Challenge of Introducing Algebraic Reasoning Through Patterning Activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(3), 231–258. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0703_3

- Lannin, J. K., Barker, D. D., & Townsend, B. E. (2006). Recursive and explicit rules: How can we build student algebraic understanding? *Journal of Mathematical Behavior*, 25(4), 299–317. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2006.11.004>
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author
- Onyekuru, B. U. (2015). Field Dependence-Field Independence Cognitive Style, Gender, Career Choice and Academic Achievement of Secondary School Students in Emohua Local Government Area of Rivers State. *Journal of Education and Practice*, 6(10), 76–85.
- Setiawan, Y. E., Purwanto, Parta, I. N., & Sisworo. (2020). Generalization strategy of linear patterns from field-dependent cognitive style. *Journal on Mathematics Education*, 11(1), 77–94. <https://doi.org/10.22342/jme.11.1.9134.77-94>
- Steele, D. F. & Johanning, D. J. (2016). A Schematic-Theoretic View of Problem Solving and Development of Algebraic Thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 57(1), 65-90.
- Wilkie, K. J. (2014). Learning to Like Algebra Through Looking. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 19(4), 24–33.
- Yeşildere, S., & Akkoç, H. (2010). Algebraic generalization strategies of number patterns used by pre-service elementary mathematics teachers. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 1142–1147. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2010.03.162>
- Zapatera, A. (2017). *Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalization*. 309–333. <https://doi.org/10.1007/s10857-016-9343-1>