

METODE MEDIAL AXIS TRANSFORM (MAT) UNTUK TRANSFORMASI GRAPH BIDANG DATAR

Siti Sendari

Abstrak: proses pemetaan suatu bidang/bangun datar dapat dilakukan dengan metode penjejakan. Proses penjejakan yang dilakukan terdiri dari: (1) pra-proses yang memetakan denah bidang data menjadi struktur datanya; (2) pemotongan bidang menurut bidang dasarnya; (3) dilakukan proses *medial axis transform* menggunakan metode penjejakan (*tracing path*); (4) mentransform bidang menjadi *graph*; dan (5) merging atau menggabungkan kembali bidang yang dipotong. Proses penjejakan masih memerlukan waktu yang eksponensial terhadap ukuran matriks.

Kata kunci: *graph*, *medial axis transform*, *tracing path*, *tracing path*, matriks 2-D

Ada beberapa cara memberikan pengetahuan tentang lingkungan (*map learning*), antara lain: (1) sebelum mengoperasikan secara otomatis, agen diberikan pengetahuan tentang lingkungan di dalam gedung dengan menggerakkan agar melewati seluruh ruangan (Thrun, 1997); (2) diberikan gambar denah gedung yang bisa diolah oleh agen berdasar topologi denah (Setalapruck, et al., 2002).

Ada dua topik dalam memberikan pengetahuan tentang denah gedung, yaitu: (1). membuat rangka denah gedung (*graph*), menggunakan metode *medial axis transform* dengan mencari lintasan (*tracing path*); (2). menentukan arah atau jalur yang harus dilewati berdasar *graph* pada topik pertama.

Denah gedung dapat diwakili dengan suatu bidang datar. Fokus dalam penelitian ini adalah bangun kotak datar dengan berbagai posisi dan kombinasi. Bangun datar dibuat dengan sketsa kemudian dicari rangkanya untuk memperoleh *graph*-nya.

Analisis Citra

Tujuan akhir atas sejumlah besar aplikasi pengolahan citra adalah mengekstraksi ciri penting

atas data citra, dengan deskripsi, interpretasi, atau pun pemahaman atas suatu adegan yang dapat dilakukan suatu mesin. (Jain, 1989: 343).

Langkah pertama adalah pra-pengolahan citra. Prapengolahan yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah proses binerisasi citra. Untuk memperoleh citra biner memerlukan proses pengambangan (*thresholding*) citra aras keabuan. Langkah selanjutnya dalam analisis citra adalah proses segmentasi. Proses segmentasi bertujuan mengelompokkan piksel-piksel obyek menjadi wilayah yang merepresentasikan obyek. (Munir, 2004: 186). Segmentasi citra dapat disim-pan sebagai peta keanggotaan, kode chain, atau pengkodean segmen garis. (Castleman, 1996: 482). Penentuan bidang batas dengan 'pengkodean segmen garis' (*line segment encoding*) adalah teknik garis demi garis untuk menyimpan objek ter-ekstrak.

Diagram Voronoi

Diagram *voronoi* adalah himpunan titik-titik dimana posisi terdekatnya unik, yaitu titik ini mempunyai jarak yang sama terhadap

dua atau lebih posisi. (O'Rourke, 1998: 180).

Diagram *voronoi* (*Voronoi diagram*, VD) adalah *union* batas-batas antara daerah *voronoi* (*voronoi region*, VR) yang didefinisikan sebagai kumpulan titik yang sedikitnya dekat dengan satu posisi dari pada posisi yang lain. Daerah *voronoi* (*voronoi region*) dari posisi e pada E , $(VR(e_i))$, adalah himpunan titik-titik yang terdekat dengan posisi e_i dari pada posisi lain (e_j) di dalam E (Fabbri, et.al.: 3)

$$VR(e_i) = \{p \in X \mid d(p, e_i) \leq d(p, e_j), \forall e_i \neq e_j, e_j \in E\} \quad (1)$$

Diagram *voronoi* dari E dinotasikan dengan $VD(E)$ yang didefinisikan sebagai gabungan (*union*) batas-batas dari daerah *voronoi* (Fabbri et al.: 3)

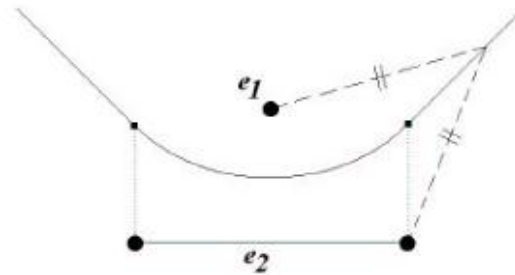
$$VD(E) = \bigcup_i \partial VR(e_i) \quad (2)$$

Posisi *voronoi* dapat dinyatakan dalam himpunan titik-titik sebagai satu kesatuan posisi (*group*), misal suatu segmen garis lurus dapat dipahami sebagai suatu posisi tunggal (garis) atau sebagai himpunan titik-titik tak hingga (*infinite*), berbeda, dan saling berdekatan satu dengan yang lain.

Voronoi dua posisi, titik (e_1) dan garis (e_2).

Gambar 1 menunjukkan *voronoi* dua posisi antara titik e_1 dan garis e_2 . daerah *voronoi* ditunjukkan secara berturut-turut sebagai kurva atas dan kurva bawah dalam Gambar 1. Di antara garis titik-titik (*dotline*), gabungan (*union*) antara batas daerah *voronoi* berupa segmen garis hiperbolik, garis ini

berupakan *bisector* antara e_1 dan e_2 . Untuk jarak yang jauh dari e_1 dan e_2 , ditandai dengan garis putus-putus (*dashline*). Hasil dari diagram *voronoi* adalah *locus* dari titik-titik yang mempunyai jarak yang sama (*equidistant*) antara e_1 dan e_2 .



Gambar 1 *Voronoi* dua posisi, titik dan garis

Medial axis Transform

Medial (symmetry) axis secara luas dikenal sebagai *skeleton*, merupakan konsep geometri yang mempengaruhi analisis *image*, secara luas digunakan untuk analisis bangun/bentuk dan ekstraksi corak. Ide *skeleton* diperkenalkan oleh H. Blum pada tahun 1967 sebagai hasil dari *medial axis transform* (MAT).

Fabbri et al. (2002) menyatakan relasi diagram *voronoi* dengan *medial axis*, sebagai suatu konsep yang sangat dekat dan sangat erat, dengan memberikan dua teorema berikut:

Teorema 1. Semua titik diagram *voronoi* adalah juga titik *medial axis*.

Teorema 2. Jika semua posisi *voronoi* tidak menjadi satu kelompok (*ungrouped*), suatu titik *medial axis* juga merupakan titik diagram *voronoi*.

Medial axis secara normal didefinisikan sebagai berikut.

Definisi 1: pikirkan S sebagai anggota himpunan (*subset*) suatu bidang *Euclidian* dimensi- n dan batasnya B . Suatu bola terbuka di dalam B yang tidak berada di dalam bola terbuka lain di dalam B disebut sebagai bola maksimal. *Medial axis* (MA) S didefinisikan sebagai *locus* dari pusat bola maksimal tersebut. (Fabbri, et al.:7)

Ω merupakan domain dalam \mathbb{R}^2 , dengan $B_r(p)$ menotasikan disk tertutup dengan jari-jari r dan pusat p . Didefinisikan himpunan semua disk tertutup yang dicakup oleh Ω dinyatakan sebagai $\vartheta(\Omega)$: (Choi et al: 67)

$$\vartheta(\Omega) = \{B_r(p) \mid B_r(p) \subset \Omega\} \quad (3)$$

Inti (*core*) domain Ω adalah himpunan semua elemen maksimal dalam $\vartheta(\Omega)$,

$$\text{CORE}(\Omega) = \{B_r(p) \in \vartheta(\Omega) \mid B_s(q) \in \vartheta(\Omega) \text{ and } B_r(p) \subset B_s(q) \text{ implies } B_r(p) = B_s(q)\} \quad (4)$$

Selanjutnya $B_r(p)$ disebut disk maksimal dan $\partial B_r(p)$ disebut lingkaran maksimal, jika $B_r(p) \in \text{CORE}(\Omega)$

Definisi 2: *Medial axis* suatu domain Ω adalah himpunan pusat-pusat disk dalam $\text{CORE}(\Omega)$, yaitu:

$$\text{MA}(\Omega) = \{p \in \Omega \mid B_r(p) \in \text{CORE}(\Omega)\} \quad (5)$$

Medial axis transform suatu domain Ω adalah himpunan pasangan pusat dan jari-jari disk yang dimaksud dalam $\text{CORE}(\Omega)$,

$$\text{MAT}(\Omega) = \{(p,r) \in \Omega \times (\mathbb{R}^+ \cup \{0\}) \mid B_r(p) \in \text{CORE}(\Omega)\} \quad (6)$$

Dalam hal ini jari-jari dimungkinkan besarnya 0.

Berdasar disk yang dicakup dalam B , maka titik-titik medial dapat dibedakan sebagai berikut:

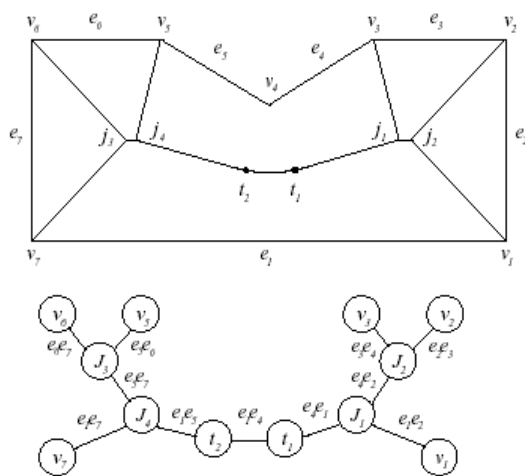
1. Titik akhir (*end point*) jika disk maksimal menyinggung ∂B secara tepat 1 titik (atau rangkaian titik yang membentuk sudut melingkar).
2. Titik normal (*normal point*) jika disk maksimal menyinggung ∂B secara tepat dua titik.
3. Titik cabang (*branch point*) jika disk maksimal menyinggung ∂B secara tepat tiga titik atau lebih.
4. Titik filamen (*filament point*) jika disk maksimal berjari-jari 0.

Komputasi

Pada penelitian ini *learning map* merupakan suatu langkah awal *path planning*. Ada beberapa teknik komputasi untuk menentukan MAT suatu bangun, baik suatu bangun dimensi-2 maupun bangun dimensi-3, salah satunya adalah teknik komputasi MAT yang dilakukan oleh Arinyo, et.al. dalam artikelnya "*Computing the medial Axis Transform of Polygonal Domains by Tracing Paths*". Algoritma yang ditawarkan didasarkan pada fakta bahwa *locus* pusat semua disk maksimal yang menyinggung batas poligon menentukan *medial axis*. *Medial axis* dihasilkan dengan mengikuti (*tracing*) jalur di dalam poligon, dengan menghitung anggota himpunan titik-titik *medial axis* yang terkoneksi. Komputasi ini diterapkan pada bidang dimensi-2, *medial axis* ditampilkan dalam bentuk suatu *graph* dimana *node* sebagai titik kunci *medial axis* dan *edge* sebagai jalur *medial axis* yang

terikat pada titik-titik kunci. *Edge* dari *graph* tersebut diberi label dengan batas elemen *governing* dari *medial axis*.

Medial axis dibangkitkan dalam bentuk *graph* tak berarah, $G(V,E)$, dengan masing-masing *vertex* dalam himpunan V adalah titik kunci, dan e adalah *jalur medial axis* yang menghubungkan dua titik kunci, sebagaimana Gambar 2.



Gambar 2 Medial axis suatu domain poligon dan *graph* yang dibentuknya
Sumber: Arinyo, et al.; 6

Algoritma *tracing path*, dinyatakan sebagai berikut:

```

algoritma Tracing_jalur_MA
Inisialisasi jalur pertama (d,g1,g2)
Push jalur(d,g1,g2)
While not jalur_kosong() do
  Pop jalur(d,g1,g2)
  Trace_jalur (d,g1,g2, list interferensi)
  If not Disk_akhir(d) then
    Inisialisasi jalur_baru (d,g1,g2, list
interferensi, list jalur_baru)
    For jalur in list jalur_baru do
      Push jalur(d,g1,g2)
    Endfor
  Endif
Endwhile
Endalgoritma
  
```

METODE PENELITIAN

Bahan Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah sketsa gambar bidang datar yang berupa bangun kotak, meliputi:

1. bangun kotak tertutup mendatar dan tegak
2. bangun kotak terbuka mendatar dan tegak.
3. bangun terdiri dari dua ruang yang saling tertutup.
4. bangun terdiri dari dua ruang yang terhubung.

Jalannya Penelitian

Metode penelitian yang digunakan adalah: melakukan eksperimen untuk membangun suatu sistem transformasi bangun bidang datar menjadi *graph* menggunakan program bantu Matlab 5.3. Untuk mengimplementasikan sistem yang dimaksud, dibuat suatu fungsi Matlab yang menggunakan kombinasi algoritma-algoritma berdasar literatur.

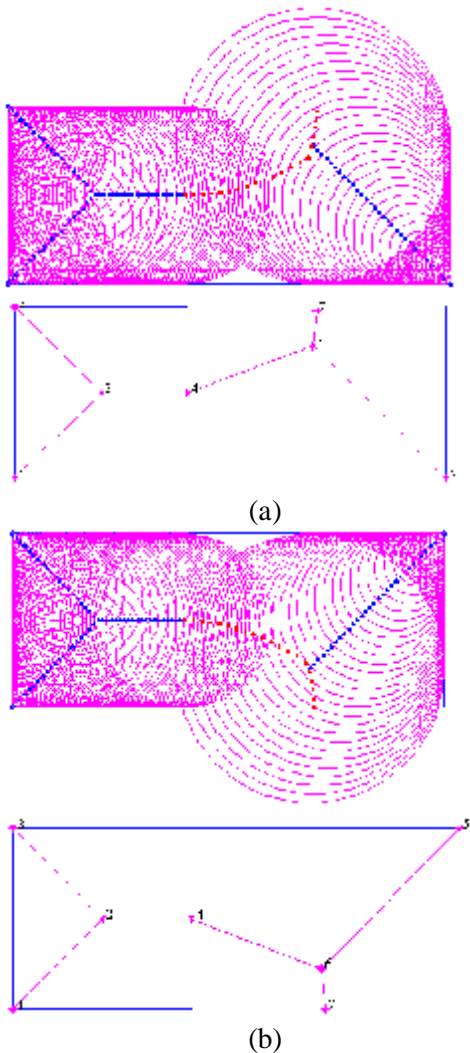
Untuk transformasi bidang datar menjadi *graph* dilakukan proses sebagai berikut:

1. pra-proses gambar bangun datar
 - a. pengambangan
 - b. identifikasi garis
2. pemotongan/*cropping*
3. proses *medial axis* menggunakan metode *tracing path*.
4. transformasi *graph*
5. proses penggabungan/*merging*

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Hasil proses *medial axis* transform untuk bangun kotak yang tidak tertutup bagian atas atau bawah, diperlihatkan pada Gambar 3, karena ada bagian terbuka,

maka penyelesaian dilakukan dengan menggunakan metode hiperbolik.

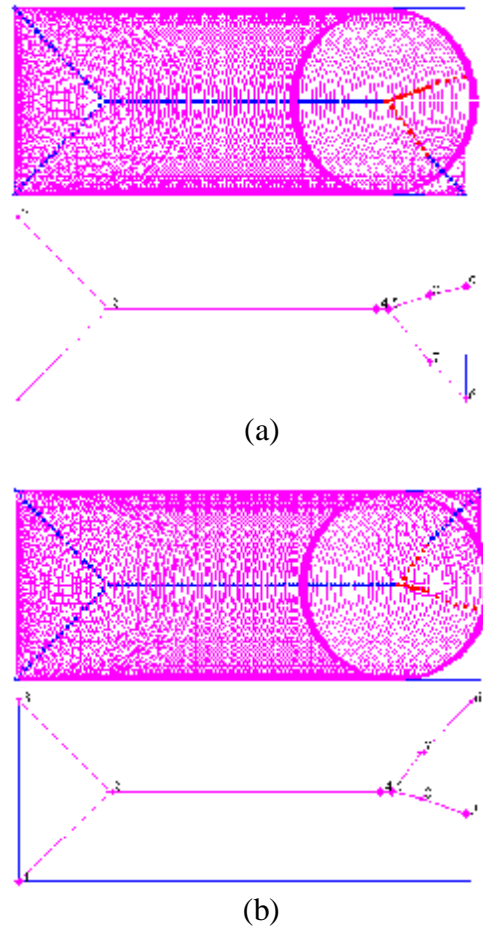


Gambar 3 Hasil proses *medial axis transform* untuk bangun kotak tak tertutup.
 (a) *Medial axis transform* untuk bangun kotak tak tertutup bagian bawah
 (b) *Medial axis transform* untuk bangun kotak tak tertutup bagian atas

Hasil proses *medial axis transform* untuk bangun kotak yang tidak tertutup bagian samping atas atau bawah, diperlihatkan pada Gambar 4.

Proses pembentukan *medial axis* untuk dua bangun kotak tertutup

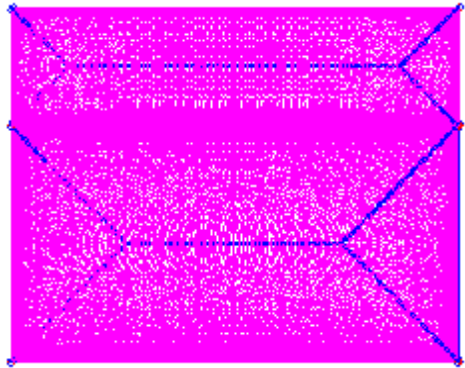
ditunjukkan sebagaimana Gambar 5. Waktu yang diperlukan untuk proses *medial axis transform* dua bangun kotak tertutup adalah 97,49 detik.



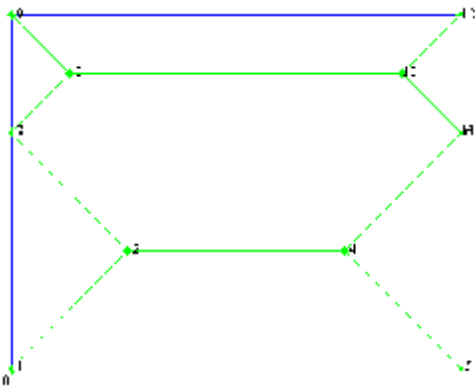
Gambar 4 Hasil proses *medial axis transform* untuk bangun kotak tak tertutup.
 (a) *Medial axis transform* untuk bangun kotak tak tertutup bagian samping bawah
 (b) *Medial axis transform* untuk bangun kotak tak tertutup bagian samping atas

Proses pembentukan *medial axis* untuk dua bangun kotak terbuka yang saling terhubung ditunjukkan sebagaimana Gambar 6. Waktu yang diperlukan untuk proses *medial axis transform* dua

bangun kotak terbuka yang saling berhubungan adalah 103,1 detik



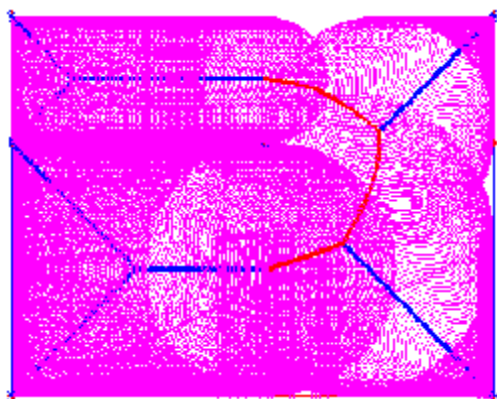
(a)



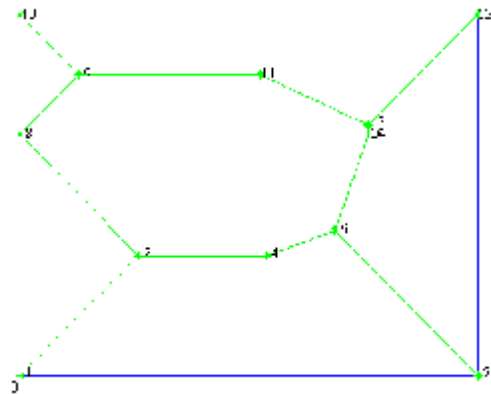
(b)

Gambar 5 Hasil proses *medial axis* transform untuk dua bangun kotak tertutup.

- (a) *Medial axis transform* untuk dua bangun kotak
- (b) *Graph* dari dua bangun kotak



(a)



(b)

Gambar 6 Hasil proses *medial axis* transform untuk dua bangun kotak terbuka.

- (a) *Medial axis transform* untuk dua bangun kotak terbuka
- (b) *Graph* dari dua bangun kotak terbuka

Untuk beberapa bangun kotak dengan berbagai ukuran matriks, hasil proses *medial axis* ditunjukkan dalam Tabel 1 dan Tabel 2.

Tabel 1 Hasil proses *medial axis* untuk bangun kotak mendarat

Matriks	lintasan (unit)	waktu (detik) T(4)	Pj_lint / T(4)	File data
37x49	97.6812	9.61	10.1645	dt_Kotak1
64x88	178.5635	19.33	9.2376	dt_Kotak2
81x117	238.6468	26.2	9.1087	dt_kotak3
140x187	417.5240	43.28	9.6470	dt_kotak4
226x322	705.7687	80.69	8.7467	dt_kotak5
286x433	926.6459	114.74	8.0760	dt_kotak6

Tabel 2 Hasil proses *medial axis* untuk bangun kotak tegak

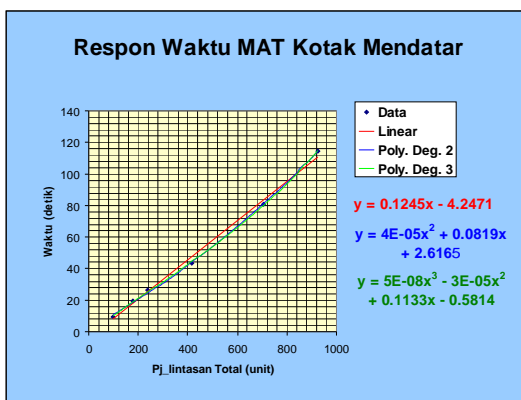
Matriks	Pj_lintasan Total (unit)	Waktu (detik) MAT	Pj_lint/ T(4)	File data
49x37	100.6812	10.6	9.4982	dt_Ktegak1
88x64	174.9066	18.95	9.2299	dt_ktegak2
117x81	238.6468	26.48	9.0123	dt_ktegak3
187x140	417.5240	43.12	9.6828	dt_ktegak4
322x226	705.7687	80.8	8.7348	dt_ktegak5
433x286	926.6459	114.52	8.0916	Dt_ktegak6

Berdasar Tabel 1 dan Tabel 2, respon menunjukkan hasil yang non linear (polynomial orde dua)

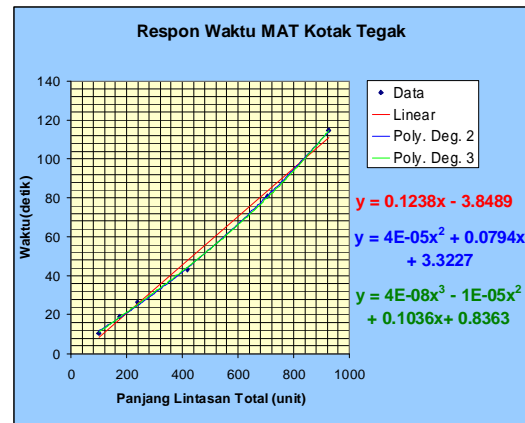
sebagaimana ditunjukkan dalam Gambar 7, sementara dalam penulisan program menggunakan *time complexity* linear, hal ini diakibatkan dalam eksekusi program Matlab, setiap data direpresetasikan dalam matriks, sehingga terdapat pengaruh terhadap waktu eksekusi program. Kecepatan rata-rata proses transformasi *medial axis transform* untuk bangun kotak mendatar adalah 9,1634 unit/detik, sedangkan untuk bangun kotak tegak adalah 9,0416 unit/detik.

KESIMPULAN

Medial axis transform dapat dipergunakan untuk mencari lintasan (*path tracing*) di suatu bangun datar sebagai dasar suatu denah gedung. Proses yang dilakukan dimulai dengan pra-proses, pemotongan bangun berdasar bangun dasarnya, proses medial axis menggunakan metode *tracing path*, transformasi *graph*, dan proses penggabungan kembali. *Graph* bangun datar yang diperoleh dapat digunakan sebagai basis pengetahuan tentang lingkungan denah (*map learning*). Respon waktu *medial axis transform* berupa polinomial orde dua.



(a)



(b)

Gambar 7 Respon waktu proses *medial axis transform* untuk bangun (a) kotak mendatar dan (b) kotak tegak.

DAFTAR PUSTAKA

- Arinyo, R. Joan, L. Perez and J. Vilaplana. 1996. *Computing The Medial Axis Transform of Polygonal Domains by Tracing Paths*. Preprint. Dept. Llenguatges I Sistemes Informàtics, Universitat Politècnica de Catalunya. Diakses dari citeseer.ist.psu.edu, tanggal 9 September 2004.
- Castleman, Kenneth R. 1996. *Digital Image Processing*. New Jersey: Prentice Hall, Inc.
- Choi, Hyeong In, Sung Woo Choi, and Hwan Pyo Moon, 1997. *Mathematical Theory of Medial Axis Transform*. Pacific Journal of Mathematics, Vol. 181, No. 1.
- Fabrizi, R., L.F. Estrozi, and L. da F. Costa. 2002. *On Voronoi Diagrams and Medial Axes*. Diakses dari website citeseer.ist.psu.edu, tanggal 9 September 2004.

Jain, Anil K. 1989. *Fundamentals of Digital Image Processing*. New Jersey : Prentice Hall, Inc.

Munir, Rinaldi. 2004. *Pengolahan Citra Digital dengan Pendekatan Algoritmik*. Bandung: Penerbit Informatika.

O'Rourke, Joseph. 1998. *Computational Geometry In C* 2nd Edition. New York: Cambridge University Press.

Setalaprak, Vachirasuk, Takashi Uneno, Yasuyuki Kono, and Masatsugu Kidode. 2002. *Topological Map Generation from Simplified Map for Mobile Robot Navigation*. The 16th Annual Conference of Japanese Society for Artificial Intelligence.

Thrun, Sebastian. 1997. *Learning Maps for Indoor Mobile Robot Navigation*. Accepted for publication in Artificial intelligence, preprint submitted to Elsevier Science. Artikel bisa dilihat di www.ri.edu/pub_files/pub1/thrun_sebastian_1998_8/thrun_sebastian_1998_8.pdf