

Teknologi • dan Kejuruan

Jurnal Teknologi, Kejuruan, dan Pengajarannya

Tahun Ke-28 Nomor 2 September 2005
ISSN 0852 - 0062

TEKNOLOGI DAN KEJURUAN

Jurnal Teknologi, Kejuruan, dan Pengajarannya

Terbit dua kali setahun pada bulan Februari dan September berisi gagasan konseptual, kajian teori, aplikasi teori dan kajian buku Teknologi dan Kejuruan (ISSN 0852-0062).

Ketua Penyunting
Amat Mukhadis

Wakil Ketua Penyunting
Sutrisno

Penyunting Pelaksana
Nurul Aini
Mardi Wiyono
Dian Ariestadi
Tri Atmaji Sutikno
Setiyadi Cahyono Putro

Penyunting Ahli
Riyanto (Universitas Bengkulu)
Suhardjono (Universitas Brawijaya)
Siswanto (Universitas Negeri Malang)
Sukamto (Universitas Negeri Yogyakarta)
Kumaidi (Universitas Muhammadiyah Surakarta)
Sasongko Pramono Hadi (Universitas Gajah Mada)
Sutari Imam Barnadib (Universitas Negeri Yogyakarta)
Achmad Sonhadji K.H. (Universitas Negeri Malang)
Mukhlas Samani (Universitas Negeri Surabaya)
ING Wardana (Universitas Brawijaya)
Achmad Tutjik Mocchid (Universitas Negeri Malang)
Indrasurya B.M. (Institut Teknologi 10 Nopember Surabaya)

Tata Usaha
Soleh
Ripai
Sumardji
Nugroho Purwo Cahyono

Alamat Penyunting dan Tata Usaha: Fakultas Teknik Universitas Negeri Malang. Jl. Surabaya 6 Malang 65145, Gedung G6 Telp. (0341) 551-312, psw. 295 Fax. (0341) 565-307 E-mail: jurnal-tk@malang.ac.id.

TEKNOLOGI DAN KEJURUAN diterbitkan oleh Fakultas Teknik Universitas Negeri Malang. Terbit pertama kali pada tahun 1977 dengan judul *TEKNA*.

Penyunting menerima sumbangan tulisan yang belum pernah diterbitkan dalam media cetak lain. Naskah diketik dengan spasi rangkap pada kertas kuarto, panjang 10 - 20 halaman sebanyak 2 eksemplar (lebih lanjut silahkan baca petunjuk bagi penulis pada sampul halaman belakang). Naskah yang masuk dievaluasi oleh Penyunting Ahli dan atau Peninjau Ahli. Penyunting dapat melakukan perubahan pada tulisan yang dimuat untuk keseragaman format, tanpa mengubah maksud dan isinya.

Jurnal ini diterbitkan dibawah pembinaan Tim Pengembangan Jurnal Universitas Negeri Malang. **Pembina:** Prof. Dr. H. Imam Safii (Rektor). **Penanggung Jawab:** Drs. H.M. Saleh Marzuki, M.Ed. (Pembantu Rektor I). **Ketua:** Dr. H. Ali Saukah, M.A. **Anggota:** Dr. Suhadi Ibnu, M.A., Dr. H. Amat Mukhadis, M.Pd., Drs. Mulyadi Guntur Waseno, Drs. Margono, M.Pd. **Staf Teknis:** Dra. Aminarti S. Wahyuni, Ir. Ma'arif. **Pembantu Teknis:** Stefanus Sih Husada, Sukarto, Akhmad Munir.

TEKNOLOGI DAN KEJURUAN

Jurnal Teknologi, Kejuruan, dan Pengajarannya

Tahun 28, Nomor 2 September 2005

Daftar Isi

✓ Karyadi	Analisis Nonlinier Geometri Struktur <i>Frame-Truss</i> 3d dengan Metode Elemen Hingga	85--103
✓ Nugroho Suryoputro dan ✓ Wasis	Analisis Metode <i>Sack Gabion</i> , <i>Gabion Mattresses</i> , dan <i>Riprap</i> untuk Mencegah Penggerusan pada Pilar Jembatan	104--115
Ahmad Fahmi	Perancangan <i>Controller Logika Fuzzy</i> sebagai Pengendali Rangkaian <i>Switching Filter</i> Aktif untuk Mengeliminasi Harmonisa pada Transformator Distribusi	116--132
Mutiara Nugraheni	Potensi Fungsional Bubuk Buah Kesemek	133--143
✓ Sutrisno	Peningkatan Kualitas Belajar Mahasiswa pada Matakuliah Ilmu Ukur Tanah Melalui Model Pembelajaran Quantum	144--157
✓ Apif M. Hajji dan ✓ Eko Setyawan		
✓ Machmud Sugandi	Pengajaran <i>Case Based Learning Audio Video</i> Pada Matakuliah Manajemen Konstruksi bagi Mahasiswa Program Studi Teknik Sipil	158--170
Muchlas Samani	Pendidikan Kecakapan Hidup Upaya Merekonstruksi Ulang Pendidikan	171--180

Jurnal Teknologi dan Kejuruan (JTK) telah dinyatakan sebagai Jurnal Terakreditasi berdasar Surat Keputusan Direktur Jendral Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional No 22/DIKTI/Kep/2002 diperbarui No 26/DIKTI/Kep/2005 tanggal 30 Mei 2005

Desain Sampul oleh Oedijono dan Y. Ikhwanto

ANALISIS NONLINIER GEOMETRI STRUKTUR *FRAME-TRUSS* 3D DENGAN METODE ELEMEN HINGGA

Karyadi

Abstract: Non-linear analysis program for 3D structural geometry has not yet been used for analyzing the frame-truss structure. It needs more accurate and efficient program in analyzing the 3D structural geometry. This research is set out through this analysis procedure. The procedure is based on the displacement formula from finite element generating the matrix of geometrical stiffness (k_g) and the matrix of induce moment stiffness (k_j). The matrix of element stiffness is differentiated from the principle of virtual process with high order attachment. Elemen geometry updating is conducted through finite rotation concept and non-linear problems formulated as increment, while iteration is conducted by using Generalized Stiffness Parameter method, through critical points. The matrix of global stiffness is calculated firstly by summarizing the matrix of local stiffness (k_e), (k_g), and (k_j), and then transformed into the global system. Augmented matrix is used in simultaneous linier function in each iteration process. It can hopefully reduce the running time.

Kata kunci: Nonlinier geometri, *frame*, *truss*, *updating*, *Generalized Stiffness Parameter*

Struktur *frame-truss* adalah struktur *frame* yang di dalamnya terdapat elemen *truss* sebagai *lateral bracing*. *Lateral bracing* di dalam struktur *frame* berfungsi untuk menahan gaya *lateral* dan mencegah *buckling* (Norris, dkk., 1977). Untuk analisis struktur tersebut dengan pendekatan nonlinier geometri, dibutuhkan program komputer yang harus memenuhi persyaratan ketepatan (*accurate*), ketelitian (*precise*), dan efisiensi (*efficient*) (Jewel, 1991; Pizer, 1983).

Beberapa peneliti terdahulu telah menurunkan formulasi yang dapat digunakan sebagai landasan untuk analisis struktur *frame-truss* dengan pendekatan nonlinier. Ross (1993) dan Levy and Spillers (1995) dalam penelitiannya merumuskan matrix kekakuan elemen $[k] = [k_o] + [k_g]$, dengan $[k_o]$ adalah matrix kekakuan elastis dan $[k_g]$ adalah matrix kekakuan geometri. Kelemahan analisis ini adalah diabaikannya suku orde tinggi dalam penurunan matrix kekakuan nonlinier. Yang and Kuo (1994) melakukan analisis nonlinier struktur 3D tetapi tidak menggabungkan antara elemen

Karyadi adalah dosen Jurusan Teknik Sipil Fakultas Teknik Universitas Negeri Malang.

frame dan elemen *truss*. Handono (2001) menyusun program komputer untuk analisis nonlinier *frame* 3D dengan menggunakan matrix kekakuan hasil analisis Yang and Kuo (1994) dan konsep rotasi hingga dengan *Generalized stiffness parameter* sebagai metode penyelesaiannya. Program ini memiliki *running time* yang terlalu lama sehingga tidak efisien. Budiyo (2001) menyusun program komputer untuk analisis nonlinier *truss* 3D dengan menggunakan matrix kekakuan hasil analisis Yang and Kuo (1994), dan *Generalized stiffness parameter* sebagai metode penyelesaiannya.

Semua hasil penelitian tersebut di atas tidak dapat digunakan untuk analisis struktur *frame-truss* dengan pendekatan nonlinier geometri. Disamping itu algoritma pemrograman yang dikembangkan memiliki *floating point* yang besar sehingga waktu yang dibutuhkan untuk menjalankan program (*running time*) menjadi lama.

Program komputer yang memenuhi syarat ketepatan, ketelitian, dan efisiensi, serta dapat digunakan untuk menganalisis struktur *frame-truss* dengan pendekatan nonlinier dapat disusun dengan menggunakan matrix kekakuan elemen yang menyertakan orde tinggi (Yang and Kuo, 1994), dan untuk setiap iterasi, geometri elemen di-update dengan konsep rotasi hingga (Kuo dkk., 1993). Agar program dapat digunakan untuk analisis setelah titik kritis, maka digunakan metode *Generalized Stiffness Parameter* (Yang and Kuo, 1994). Sedangkan efisiensi program dicapai dengan memodifikasi algoritma yang telah dikembangkan oleh Handono (2001) untuk mengurangi banyaknya operasi aritmatika.

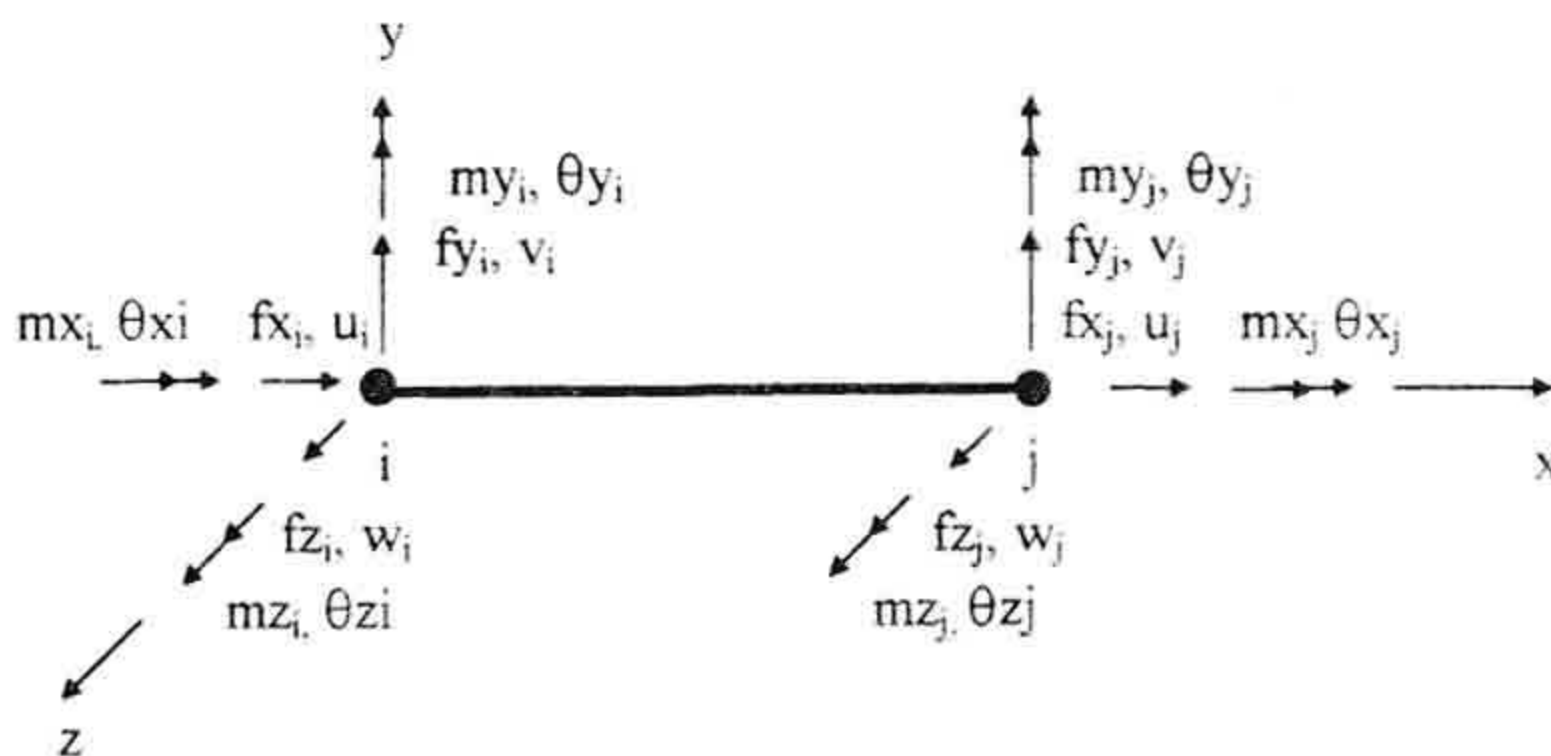
Pengembangan matrix kekakuan elemen yang menyertakan orde tinggi dan pengembangan persamaan keseimbangan struktur dengan pendekatan nonlinier geometri dilakukan dengan menggunakan prinsip kerja *virtual*. Prinsip ini mendeskripsikan gerakan benda dengan menggunakan Formulasi *Lagrangian* yang membagi *loading path* dari benda ke dalam tiga konfigurasi keseimbangan yaitu C_0 , C_1 , dan C_2 . Selanjutnya pada konfigurasi C_2 persamaan keseimbangan benda dirumuskan dengan (Yang and Kuo, 1994),

$$\int_V C_{ijkl} e_{kl} \delta e_{ij} dV + \int_V C_{ijkl} \eta_{kl} \delta e_{ij} dV + \int_V C_{ijkl} e_{kl} \delta \eta_{ij} dV + \int_V C_{ijkl} \eta_{kl} \delta \eta_{ij} dV + \int_V {}^1\tau_{ij} \delta \eta_{ij} dV + {}^1R = {}^2R \quad (1)$$

dengan ${}_1C_{ijkl}$ adalah koefisien *constitutive incremental*, ${}^1\tau_{ij}$ adalah tegangan awal *Cauchy*, ${}_1e_{ij}$ dan ${}_1\eta_{ij}$ adalah komponen linier dan nonlinier dari pertambahan regangan *Green-Lagrangian*, 2R dan 1R adalah kerja *virtual* yang dilakukan oleh beban luar berturut-turut pada konfigurasi C_1 dan C_2 . Persamaan (1) dapat diterapkan untuk keseimbangan benda secara umum termasuk *struktur frame* dan *truss*.

Penyelesaian persamaan (1) secara analitis membutuhkan banyak sekali perhitungan dan usaha keras untuk menghindari kesalahan hitung, sehingga hampir tidak mungkin diterapkan pada struktur-struktur keteknikan. Untuk menghindari kesulitan tersebut dapat digunakan metode numeris yang disebut metode elemen hingga (*finite element method*). Dengan metode elemen hingga perhitungan dapat dilakukan secara sistematis dengan bantuan program komputer sehingga kesalahan hitung dan waktu yang dibutuhkan untuk menghitung dapat diminimalisir.

Penyelesaian persamaan (1) dengan metode elemen hingga membutuhkan pemberian tentang derajat kebebasan titik nodal, gaya yang bekerja pada titik nodal, dan *Assumed displacement field*. Untuk elemen *frame* 3D derajat kebebasan titik nodal dan gaya yang bekerja dicantumkan pada Gambar 1 dibawah ini.



Gambar 1 Gaya dan Derajat Kebebasan Nodal Elemen *Frame*

Assumed displacement field yang digunakan adalah,

$$u = \{n_1\}^T \{\bar{u}\}, v = \{n_2\}^T \{\bar{v}\}, w = \{n_3\}^T \{\bar{w}\}, \theta_x = \{n_4\}^T \{\bar{\theta}_x\} \dots (2)$$

dengan, $\{n_1\}^T = \{(1-i)i\}$, $\{n_2\}^T = \{(1-3i^2+2i^3)(i-2i^2+i^3)(3i^2-2i^3)\}$, $i = x/L$. Substitusi persamaan (2) ke persamaan (1) diperoleh matrix kekakuan elastis $[k_e]$, geometri $[k_g]$, dan *induce moment* $[k_i]$ dari elemen *frame* (Yang and Kuo, 1994),

$$\{\delta u\}^T [k_e] \{u\} + \{\delta u\}^T [k_g] \{u\} = \{\delta u\}^T (\{^2 f\} - \{^1 f\}) - \{\delta u\}^T [k_i] \{u\} \dots (3)$$

Pada saat struktur mencapai kesetimbangan, *induce moment matrix* $[k_i]$ harus dikoreksi dengan *correction matrix* sehingga menjadi $[k_j]$ untuk memenuhi syarat keseimbangan *joint* (Teh and Clarke, 1999).

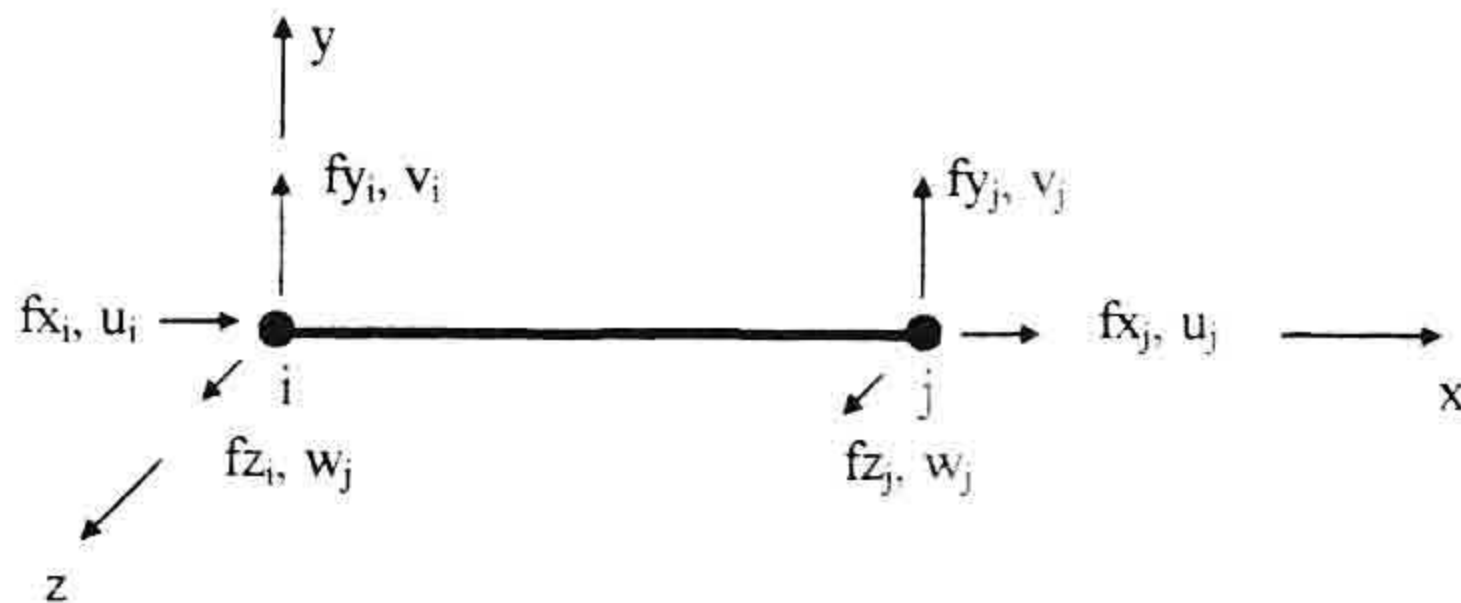
Berikutnya, derajat kebebasan titik nodal dan gaya yang bekerja pada elemen *truss* 3D dicantumkan pada Gambar 2, dan *assumed displacement field*-nya adalah,

$$u = u_i \left(1 - \frac{x}{L}\right) + u_j \frac{x}{L}, \quad v = v_i \left(1 - \frac{x}{L}\right) + v_j \frac{x}{L}, \quad w = w_i \left(1 - \frac{x}{L}\right) + w_j \frac{x}{L} \dots (4)$$

dengan $u_i, v_i, w_i, u_j, v_j,$ dan w_j adalah *displacement* pada ujung elemen. Dalam hal ini hanya komponen regangan axial (ϵ_{xx}) yang dipertimbangkan. Komponen tersebut didekomposisi menjadi komponen linier dan nonlinier,

$$e_{xx} = \frac{\Delta u}{L} \text{ dan } \eta_{xx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta u^2}{L^2} + \frac{\Delta v^2}{L^2} + \frac{\Delta w^2}{L^2} \right) \dots (5)$$

dengan $\Delta u = u_j - u_i, \Delta v = v_j - v_i$ dan $\Delta w = w_j - w_i$.



Gambar 2 Gaya dan Derajat Kebebasan Nodal Elemen *Truss*

Substitusi persamaan (4) dan (5) ke persamaan (1) diperoleh (Yang and Kuo, 1994),
 $\int_v \{\delta u\}^T [k_e] \{u\} + \{\delta u\}^T [s_1] \{u\} + \{\delta u\}^T [s_2] \{u\} + \{\delta u\}^T [s_3] \{u\} + \{\delta u\}^T [k_g] \{u\} = \{\delta u\}^T \{^1 f\} \dots (6)$

dengan $[k_e]$ adalah matrix kekakuan elastis, $[s_1], [s_2], [s_3]$ adalah matrix kekakuan orde tinggi dan $[k_g]$ adalah matrix kekakuan geometri.

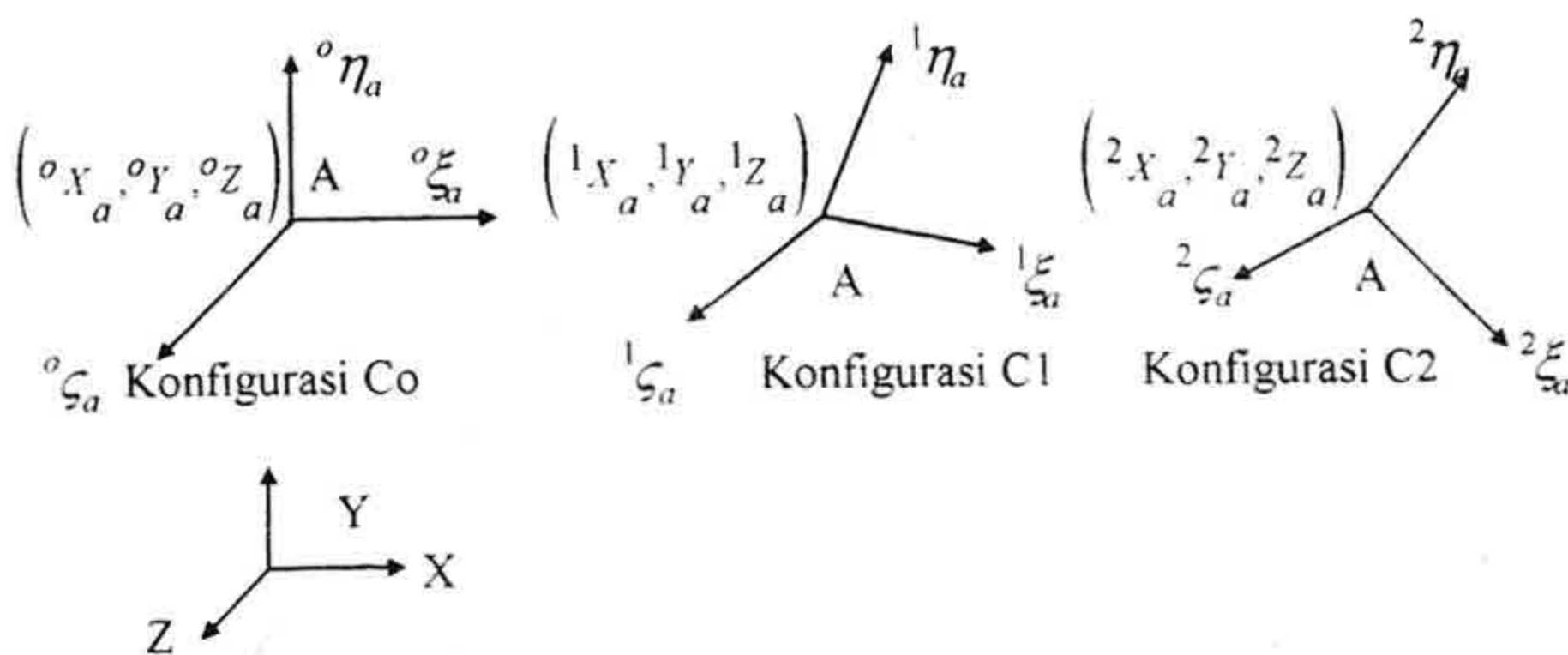
Persamaan (3) dan (6) adalah persamaan keseimbangan untuk elemen struktur, sedangkan suatu struktur dibangun dari gabungan satu atau lebih elemen struktur. Untuk itu persamaan keseimbangan struktur merupakan gabungan dari persamaan keseimbangan elemen-elemen struktur penyusunnya. Persamaan keseimbangan struktur ini dinyatakan dengan,

$$[K] \{U\} = \{^2 P\} - \{^1 P\} \dots (7)$$

dengan $[K]$ = matrix kekakuan struktur, $\{U\}$ = vektor pertambahan *displacement* struktur dari konfigurasi C1 ke C2, $\{^n P\}$ = gaya luar struktur pada konfigurasi Cn.

Selanjutnya gaya-gaya dalam elemen struktur untuk setiap iterasi dihitung dengan rumus: $\{^2_1 f\} = [k]\{u\} + \{^1_1 f\}$ (8)

dengan $\{^1_1 f\}$ dan $\{^2_1 f\}$ adalah gaya dalam elemen pada konfigurasi C1 dan C2, [k] adalah matrix kekakuan elemen, dan {u} adalah pertambahan *displacement* nodal elemen. Matrix kekakuan [k] elemen *truss* adalah, $[k] = [k_e] + [k_g] + [s_1] + [s_2] + [s_3]$, dan untuk elemen *frame*, $[k] = [k_e] + [k_g] + [k_i] + [k_{ge}]$ dengan $[k_{ge}]$ adalah matrix kekakuan geometri eksternal (Handono, 2001).



Gambar 3 Sumbu Koordinat Global dan Sumbu Referensi Nodal

Pada setiap pergerakan benda, termasuk di dalamnya struktur *frame-truss*, akan terjadi perpindahan koordinat nodal, perubahan sumbu referensi, sumbu penampang nodal, dan sumbu elemen. Agar perubahan tersebut dapat diakomodasi dalam analisis maka diperlukan *updating* geometri struktur.

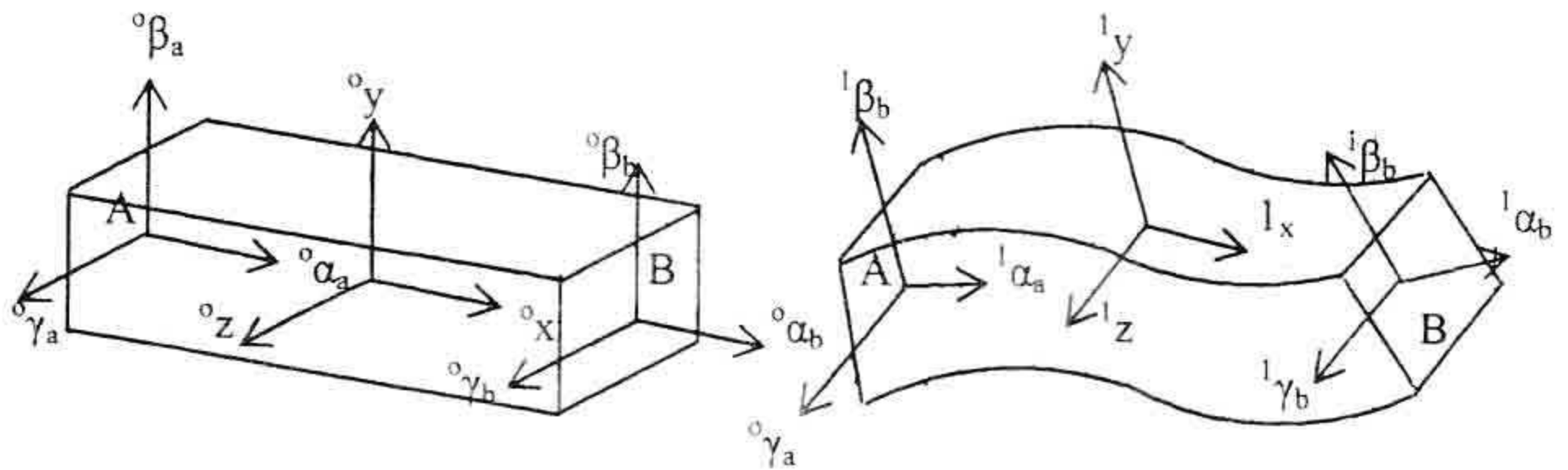
Koordinat sebarang titik A pada konfigurasi C₀, C₁, dan C₂ berturut-turut adalah $(^0X_a, ^0Y_a, ^0Z_a)$, $(^1X_a, ^1Y_a, ^1Z_a)$, dan $(^2X_a, ^2Y_a, ^2Z_a)$, seperti pada Gambar 3. Akibat deformasi, sebarang titik A mengalami pertambahan *displacement* sebesar ΔU_x , ΔU_y , dan ΔU_z . Dengan demikian koordinat titik A pada konfigurasi C₂ adalah, $(^2X_a, ^2Y_a, ^2Z_a) = (^1X_a + \Delta U_x, ^1Y_a + \Delta U_y, ^1Z_a + \Delta U_z)$ (9)

Berikutnya, sumbu referensi nodal A pada konfigurasi C₀, C₁ dan C₂ dinyatakan dengan tiga buah vektor satuan yaitu, $^0\xi, ^0\eta, ^0\zeta$; $^1\xi, ^1\eta, ^1\zeta$; dan $^2\xi, ^2\eta, ^2\zeta$, seperti Gambar 3. *Updating* sumbu referensi setiap nodal elemen didasarkan pada konsep rotasi hingga (Kuo dkk., 1993) yaitu,

$$^2 \rightarrow q_a = \cos \phi_a \ ^1 \rightarrow q_a + \sin \phi_a \left(n_a \times q_a \right) + (1 - \cos \phi_a) \left(n_a \bullet q_a \right) n_a, \quad q = \xi, \eta, \zeta \quad \dots (10)$$

dengan, $\Delta \vec{\theta}_a = \Delta \theta_x \vec{i} + \Delta \theta_y \vec{j} + \Delta \theta_z \vec{k}$, $\phi_a = |\Delta \vec{\theta}_a| = \sqrt{\Delta \theta_x^2 + \Delta \theta_y^2 + \Delta \theta_z^2}$, dan

$$\vec{n}_a = \frac{\Delta \vec{\theta}_a}{\phi_a}$$



a. Konfigurasi Co

b. Konfigurasi C1

Gambar 4 Sumbu Penampang Nodal dan Sumbu Elemen

Updating terakhir dilakukan pada sumbu elemen. Sumbu penampang nodal A pada konfigurasi C_0 dinyatakan dengan ${}^0\alpha_a$, ${}^0\beta_a$, ${}^0\gamma_a$, sedang sumbu elemen dinyatakan dengan 0x , 0y , dan 0z , seperti pada Gambar 4. Jika terjadi deformasi maka sumbu penampang nodal dan sumbu elemen akan berubah karena penampang-penampang tersebut berotasi. Perubahan tersebut dinyatakan dengan,

$$\{ {}^1p_a \} = [{}^0R] \{ {}^0q_a \}, \quad \{ {}^2p_a \} = [{}^0R] \{ {}^2q_a \}, \quad p = \alpha, \beta, \gamma \text{ dan } q = \xi, \eta, \zeta \dots \dots \dots (11)$$

dengan $[{}^0R]$ adalah matrix transformasi pada konfigurasi C_0 .

Selanjutnya, sumbu elemen 1x , 1y , dan 1z dihitung dengan,

$$\{ {}^1x \} = \frac{1}{L} \{ {}^1X_b - {}^1X_a, \quad {}^1Y_b - {}^1Y_a, \quad {}^1Z_b - {}^1Z_a \}^T$$

$$\{ {}^1y \} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left\{ \begin{matrix} 1 \\ e_1 \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} 1 \\ e_2 \end{matrix} \right\} \right), \quad \{ {}^1z \} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left\{ \begin{matrix} 1 \\ e_1 \end{matrix} \right\} - \left\{ \begin{matrix} 1 \\ e_2 \end{matrix} \right\} \right) \dots \dots \dots (12)$$

Berbeda dengan pendekatan linier yang tidak pernah mencapai titik kritis, pendekatan nonlinier mungkin akan melewati satu atau lebih titik kritis. Agar program dapat digunakan untuk analisis struktur setelah melewati titik kritis maka digunakan metode *Generalized Stiffness Parameter* (GSP).

Generalized Stiffness Parameter adalah salah satu metode untuk menyelesaikan masalah *nonlinier* yang diformulasikan dalam bentuk inkremeniterasi. Dengan ΔU adalah pertambahan *displacement*, metode GSP yang dapat melewati titik-titik kritis ini dihitung dengan rumus (Yang and Kuo, 1994),

$$GSP = \frac{\begin{Bmatrix} \hat{\Delta U}_1 \\ \hat{\Delta U}_1 \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \hat{\Delta U}_1 \\ \hat{\Delta U}_1 \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} \hat{\Delta U}_1 \\ \hat{\Delta U}_1 \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \hat{\Delta U}_1 \\ \hat{\Delta U}_1 \end{Bmatrix}} \dots\dots\dots (13)$$

Berikutnya, salah satu indikasi keunggulan suatu program komputer adalah waktu yang dibutuhkan oleh program tersebut untuk melakukan perhitungan (*running time*). Semakin pendek waktu yang dibutuhkan semakin baik program tersebut. *Running time* yang singkat dapat dicapai dengan sedapat mungkin mengurangi banyaknya operasi aritmatika, terutama perkalian dan pembagian, karena perkalian dan pembagian membutuhkan waktu eksekusi yang lebih lama dibandingkan dengan penjumlahan dan pengurangan (Anton and Rorres, 1991); (Allen and Isaacson, 1998).

METODE

Pemodelan elemen hingga nonlinier geometri untuk struktur *frame-truss* dilakukan dengan mengkombinasikan formula-formula yang diharapkan dapat meningkatkan ketepatan, ketelitian, dan efisiensi program. Dalam pemrograman, formula-formula tersebut ditulis dalam subrutin-subrutin yang kemudian dirangkai menjadi satu program.

Pemodelan Elemen Hingga

Matrix Kekakuan

Matrix kekakuan elemen dalam penelitian ini diturunkan dengan menggunakan prinsip kerja *virtual* dengan menggunakan persamaan (1). Persamaan (1) yang diterapkan pada elemen *frame* akan menghasilkan matrix kekakuan elemen *frame* seperti pada persamaan (3), dan jika diterapkan pada elemen *truss* akan menghasilkan matrix kekakuan elemen *truss* seperti pada persamaan (6). Matrix kekakuan pada persamaan (3) dan (6) tersebut digunakan untuk analisis dalam penelitian ini.

Penyelesaian Sistem Persamaan Linier

Matrix kekakuan struktur *frame-truss* yang disusun dari matrix kekakuan elemen *frame* dan elemen *truss* adalah simetri dan disimpan dalam bentuk *semi*

bandwidth. Penyimpanan dalam bentuk *semi bandwidth* dipilih karena dapat mengurangi banyaknya elemen matrix yang harus disimpan. Ini berarti akan meningkatkan efisiensi penggunaan memori komputer.

Selanjutnya sistem persamaan linier untuk persamaan keseimbangan struktur diselesaikan dengan metode Eliminasi *Gauss*. Metode ini dipilih karena dapat digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linier yang disusun dari matrix *definite positive* maupun *indefinite positive* yang dapat terjadi dalam analisis nonlinier geometri.

Penyelesaian Proses Inkremen dan Iterasi

Penyelesaian analisis nonlinier geometri struktur dilakukan langkah demi langkah dengan cara inkremen dan iterasi. Dalam setiap langkah inkremen, besarnya beban dinaikan secara bertahap, kemudian dilakukan iterasi sampai mencapai keseimbangan.

Untuk menyelesaikan proses inkremen dan iterasi digunakan metode *Generalized Stiffness Parameter (GSP)*. Metode ini dipilih karena memiliki kelebihan dibandingkan dengan metode sebelumnya seperti metode *pure incremental* atau metode *Newton Raphson*. Formula metode *Generalized Stiffness Parameter (GSP)* yang digunakan dalam penelitian ini seperti tercantum dalam persamaan (13).

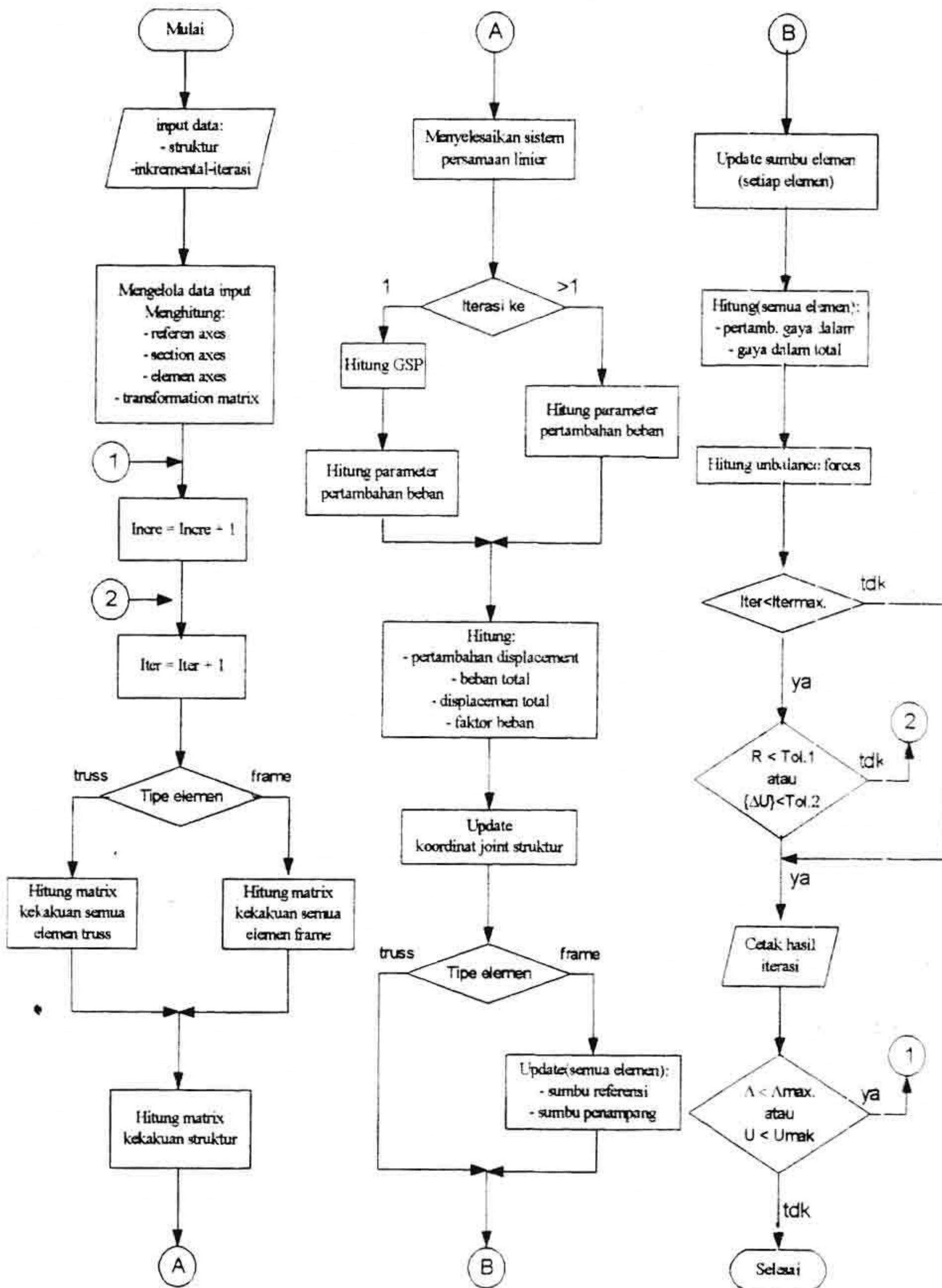
Updating Koordinat Struktur dan Geometri Elemen

Dalam setiap tahap pembebanan akan terjadi deformasi pada struktur yang menyebabkan terjadinya translasi *joints* struktur. Untuk menyesuaikan geometri struktur setelah terdeformasi maka dilakukan *updaing* koordinat struktur dengan menggunakan persamaan (9).

Disamping menyebabkan translasi *joints* struktur, deformasi juga menyebabkan perubahan geometri elemen struktur yang berakibat pada perubahan sumbu elemen. Untuk itu perlu dilakukan *updating* sumbu elemen untuk menyesuaikan dengan kondisi elemen setelah terdeformasi. *Updating* sumbu elemen dilakukan dengan konsep rotasi hingga dengan formula seperti persamaan (12).

Pemrograman

Implementasi prosedur formulasi yang diusulkan dalam penelitian ini ke dalam program komputer digambarkan dengan diagram alir pada Gambar 5. Secara garis besar langkah pemrograman yang digambarkan dalam diagram alir di atas dimulai dengan memasukkan data dan mengelola data masukan. Berikutnya dihitung matrix kekakuan elemen dan struktur yang diteruskan dengan penyelesaian sistem



Gambar 5 Diagram Alir Pemrograman

persamaan linier yang dibentuk dari persamaan keseimbangan struktur. Langkah selanjutnya adalah menghitung parameter pertambahan beban yang diteruskan dengan perhitungan gaya-gaya dalam dan deformasi. Hasil perhitungan gaya-gaya dalam dan deformasi digunakan untuk *updating* koordinat titik nodal struktur dan sumbu elemen. Langkah mulai dari perhitungan matrix kekakuan elemen sampai *updating* sumbu elemen dilakukan berulang-ulang (*iteration*) sampai hitungan mencapai toleransi yang ditetapkan.

Modifikasi Algoritma Pemrograman

Untuk mengurangi *running time* dilakukan modifikasi terhadap algoritma pembentukan matrix kekakuan global elemen *frame* dan penyelesaian sistem persamaan linier. Matrix kekakuan lokal elemen *frame* $[k^l]$ terdiri dari submatrix $[k_e]$, $[k_g]$, dan $[k_j]$. Dari submatrix tersebut oleh Handono(2001) dibentuk submatrix kekakuan global elemen, $[k_e^g] = [T]^T [k_e] [T]$, $[k_g^g] = [T]^T [k_g] [T]$, dan $[k_j^g] = [T]^T [k_j] [T]$.

Kemudian baru dibentuk matrix kekakuan global $k^g = k_e^g + k_g^g + k_j^g$. Dari langkah ini untuk membentuk matrix kekakuan global satu elemen *frame* dibutuhkan enam kali perkalian matrik dan dua kali penjumlahan matrix orde 12×12 .

Untuk mengurangi banyaknya operasi aritmatika, maka matrix kekakuan elemen dalam koordinat lokal dibentuk terlebih dahulu yaitu $k^l = k_e + k_g + k_j$.

Kemudian dihitung $[k^g] = [T]^T [k^l] [T]$. Dengan demikian hanya dibutuhkan dua kali perkalian matrix dan dua kali penjumlahan matrix orde 12×12 .

Selanjutnya, untuk setiap iterasi dalam analisis nonlinier, dua sistem persamaan linier diselesaikan yaitu $[K_{j-1}^i] \{\Delta \hat{U}_j^i\} = \{\hat{P}\}$ dan $[K_{j-1}^i] \{\Delta \bar{U}_j^i\} = \{R_{j-1}^i\}$.

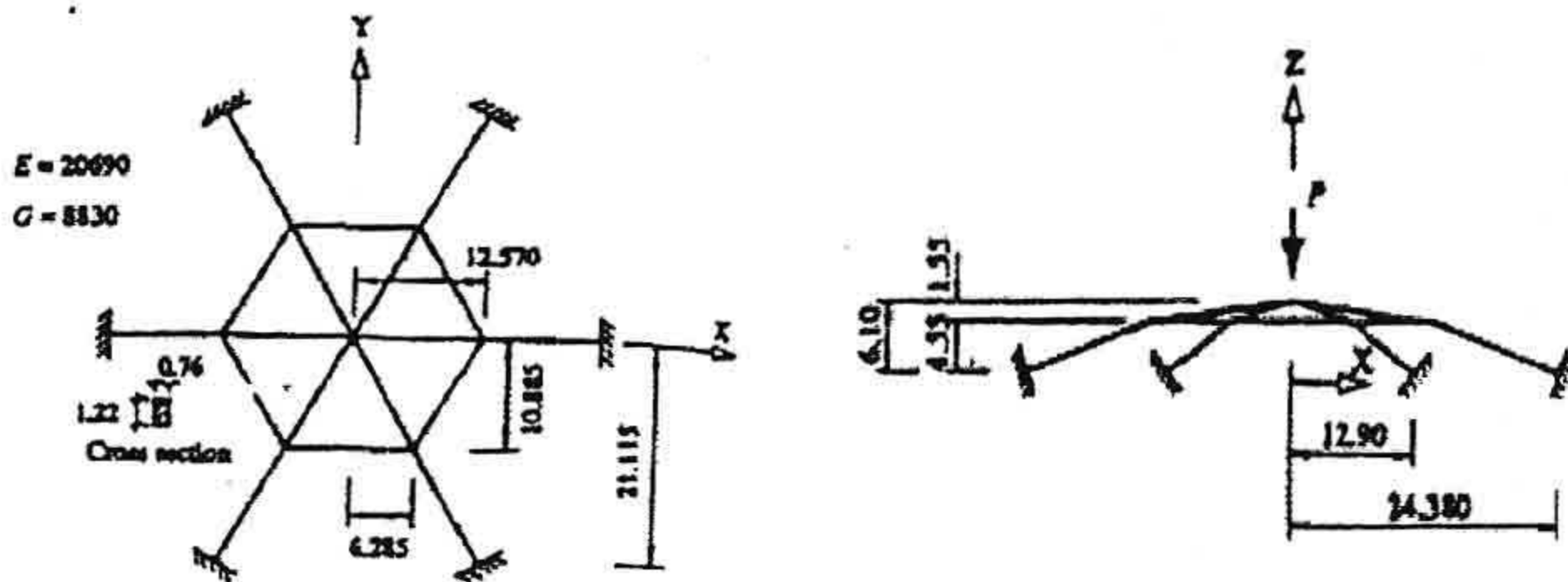
Dengan menggunakan algoritma yang diajukan oleh Balfour (1986), dua sistem persamaan linier tersebut harus diselesaikan satu persatu. Dengan demikian untuk setiap iterasi dilakukan dua kali pembentukan matrix kekakuan struktur dan dua kali penyelesaian sistem persamaan linier. Karena matrix koefisien $[K_{j-1}^i]$ dari kedua persamaan di atas sama maka keduanya dapat diselesaikan dengan membentuk satu augmented matrix seperti berikut,

$$[K_{j-1}^i] \begin{Bmatrix} \hat{P} \\ R_{j-1}^i \end{Bmatrix} \xrightarrow{\text{Transformasi baris elementer}} [K_{Uj-1}^i] \begin{Bmatrix} \hat{P} \\ R_{j-1}^i \end{Bmatrix}$$

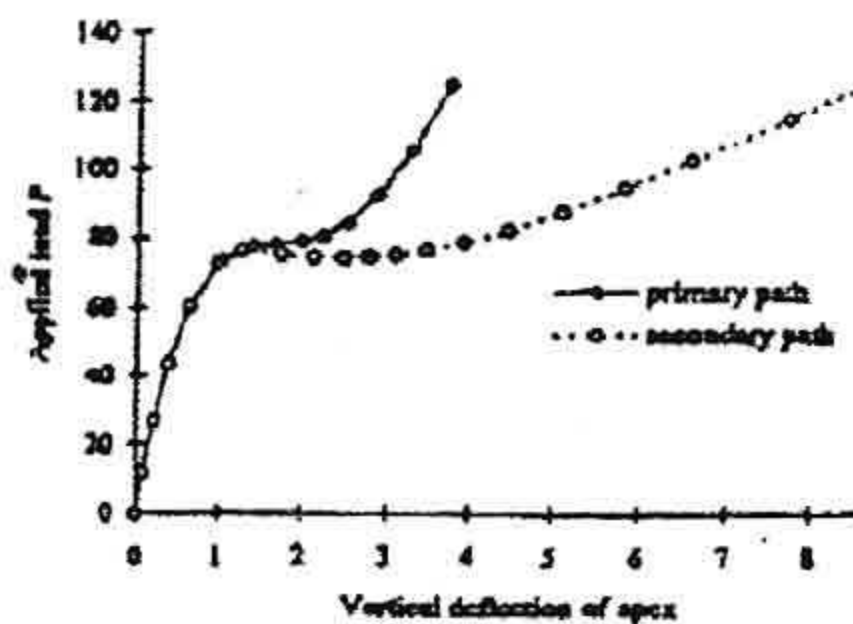
Dengan demikian setelah dimodifikasi, setiap iterasi hanya memerlukan sekali pembentukan matrix kekakuan struktur dan sekali penyelesaian sistem persamaan linier.

HASIL

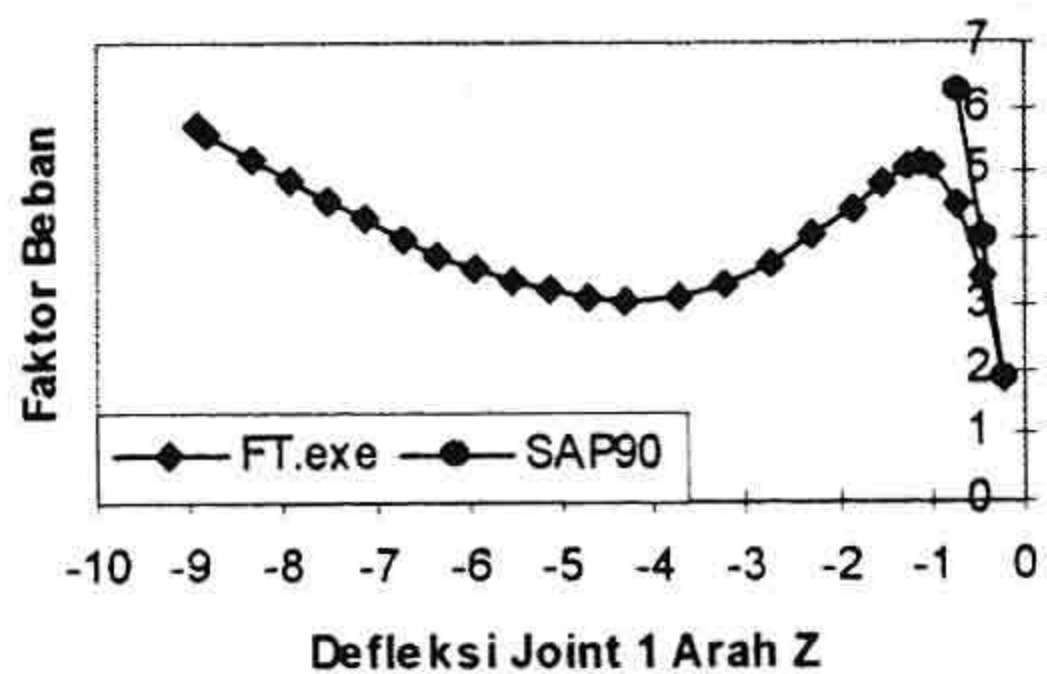
Program komputer hasil penelitian ini (dengan nama FT.exe) dapat digunakan untuk menganalisis struktur *frame*, *truss*, atau *frame-truss* 2D dan 3D, yang memiliki paling banyak 100 *joints* dan 200 elemen. Untuk mengetahui ketepatan prosedur yang diusulkan dilakukan validasi dengan membandingkan hasil analisis program FT.exe dengan hasil analisis yang dilakukan oleh peneliti sebelumnya.



a) Geometri Struktur



c) Hasil Analisis program FT.exe



b) Hasil Analisis Teh and Clarke

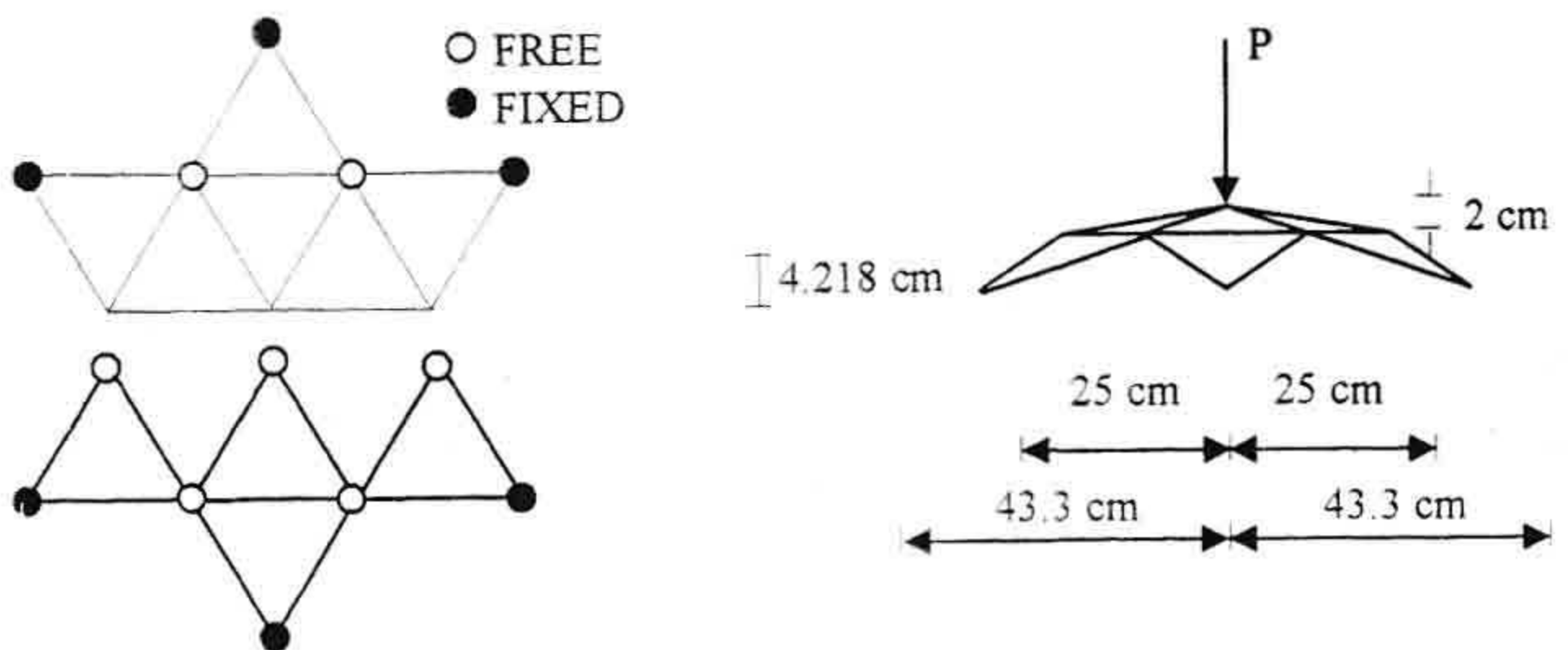
Gambar 6 Kurva Beban-lendutan Struktur *Space Dome*

Validasi untuk Struktur *Frame* 3 Dimensi

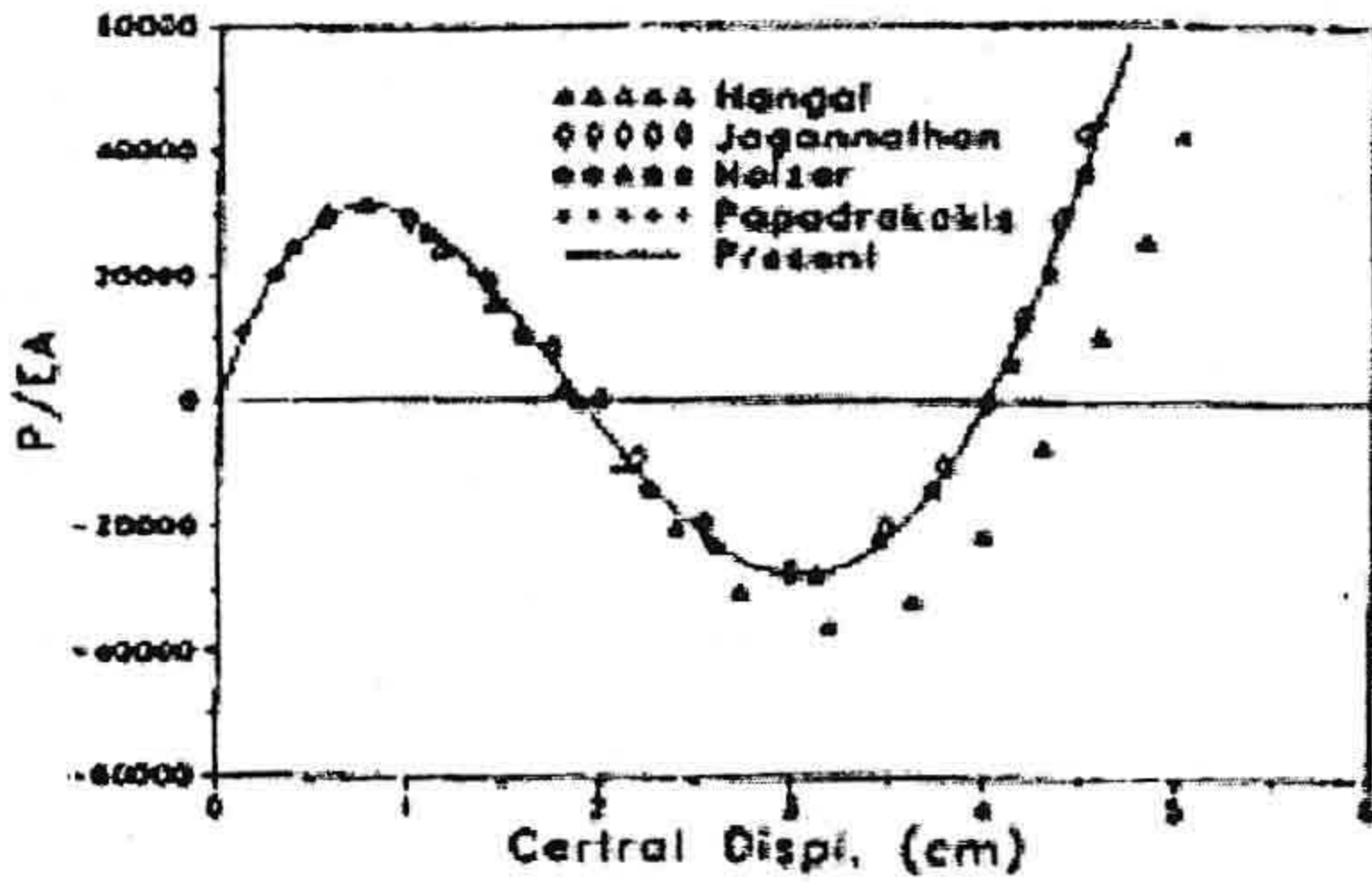
Validasi program FT.exe untuk struktur *frame* 3D dilakukan dengan menganalisis *Space Dome* yang digunakan dalam penelitian Teh and Clarke (1999). *Space Dome* yang bentuk dan ukurannya seperti Gambar 6 memiliki 18 elemen *frame*. Dalam analisis ini, demikian juga yang dilakukan oleh Teh and Clarke (1999), pembebanan dilakukan pada puncak *Space Dome* secara berangsur-angsur dan pada setiap kenaikan pembebanan defleksi ke arah sumbu Z dari puncak *Space Dome*. Berikutnya dibuat grafik hubungan antara pembebanan dan defleksi seperti pada Gambar 6b dan 6c.

Validasi Untuk Struktur *Truss* 3 Dimensi

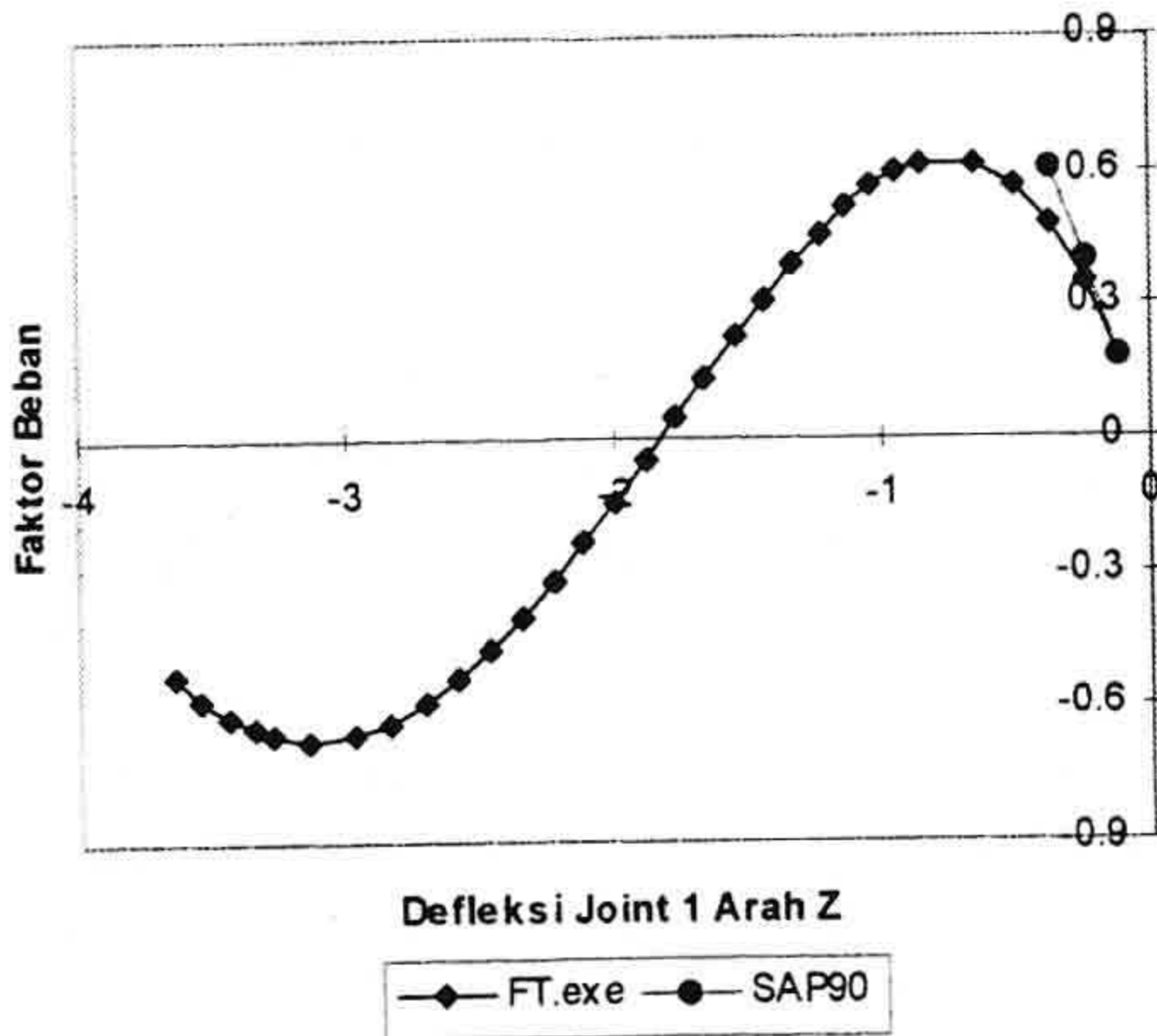
Validasi program FT.exe untuk struktur *Truss* 3D dilakukan dengan menganalisis *Space Truss Shallow Dome* yang digunakan dalam penelitian Leu and Yang (1990). *Space Truss Shallow Dome* yang bentuk dan ukurannya seperti Gambar 7 memiliki 24 elemen *Truss*. Dalam analisis ini, demikian juga yang dilakukan oleh Leu and Yang (1990), pembebanan dilakukan pada puncak *Space Truss Shallow Dome* secara berangsur-angsur dan pada setiap kenaikan pembebanan defleksi ke arah sumbu Z dari puncak *Space Truss Shallow Dome* dicatat. Berikutnya dibuat grafik hubungan antara pembebanan dan defleksi seperti pada Gambar 7b dan 7c.



a) Geometri Struktur



b) Hasil Analisis Leu and Yang

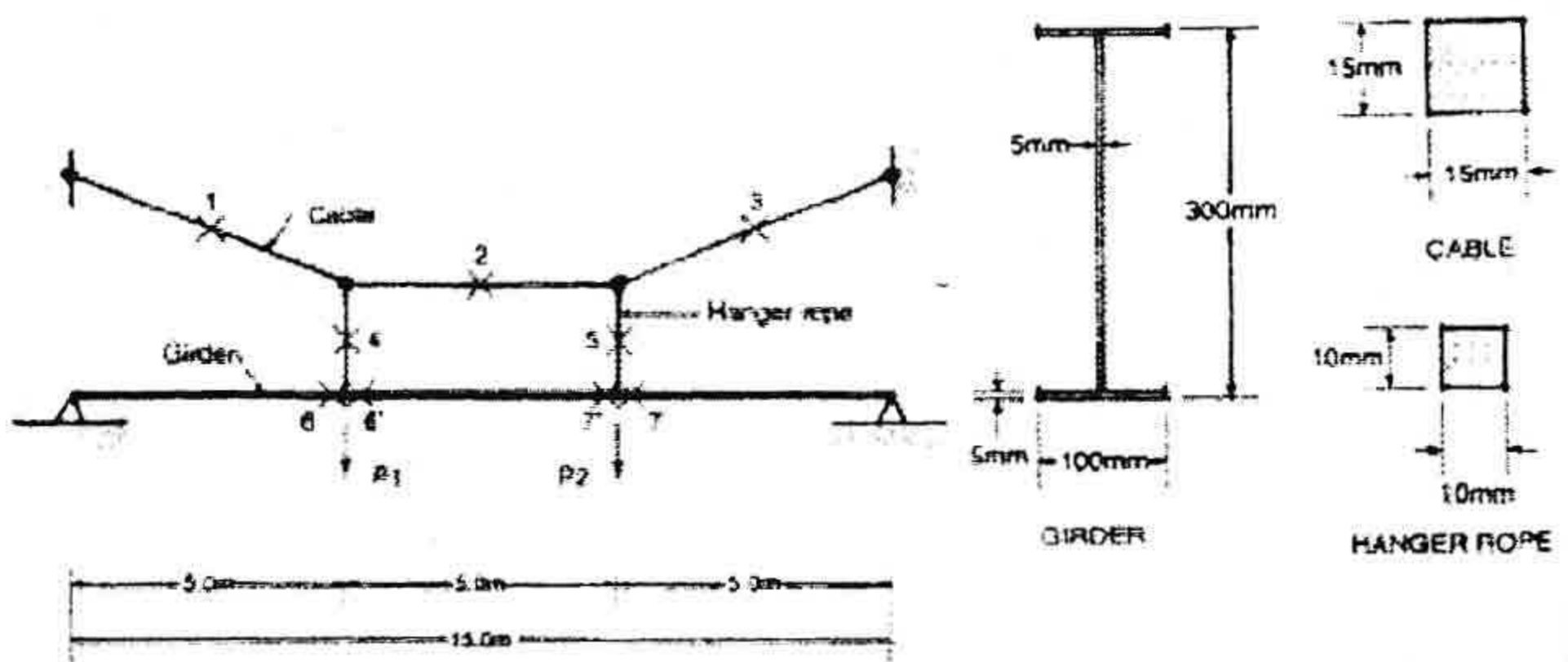


c) Hasil Analisis Program FT.exe

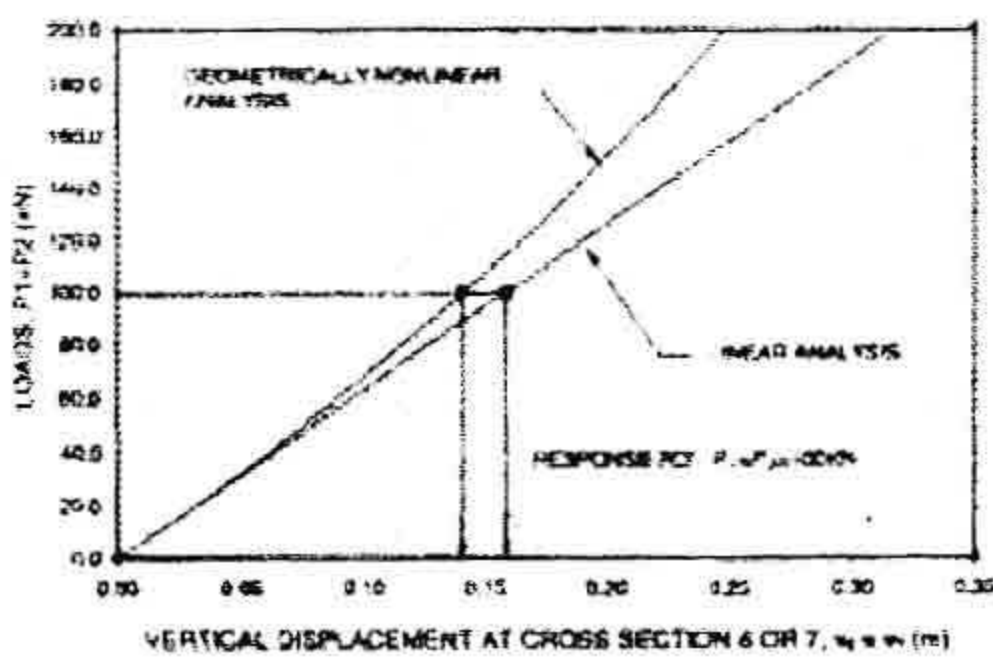
Gambar 7 Grafik Beban-lendutan *Space Truss Shallow Dome*

Validasi untuk Struktur *Frame-Truss* 2 Dimensi

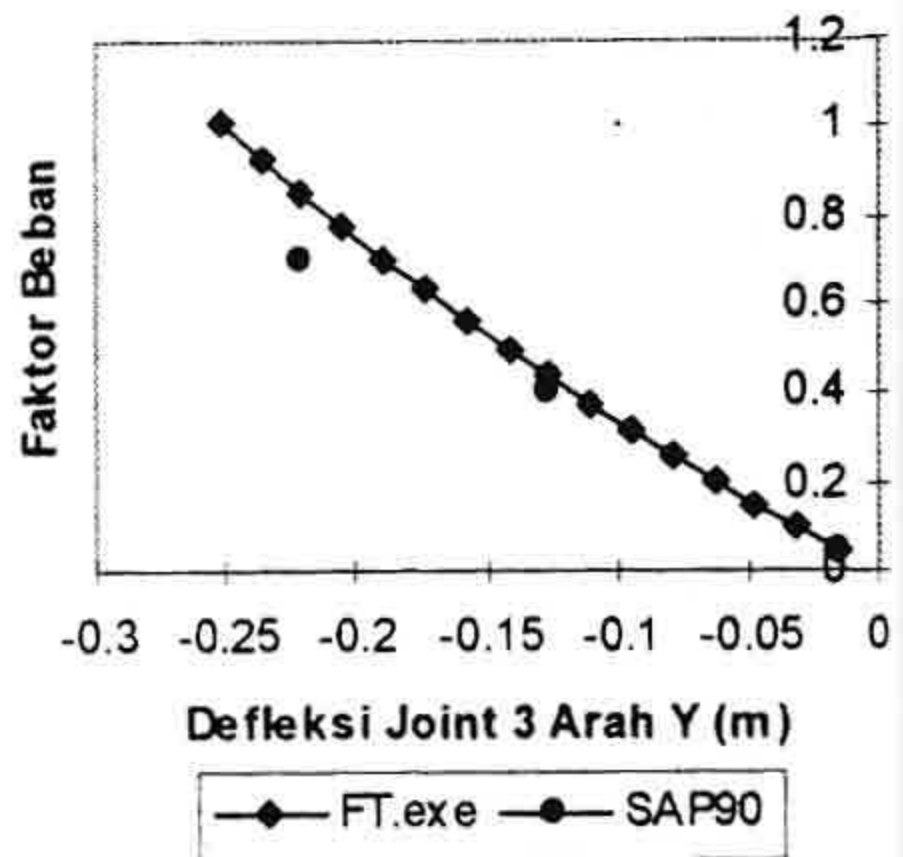
Validasi program FT.exe untuk struktur *Frame-Truss* 2D dilakukan dengan menganalisis *Suspended Structure* yang digunakan dalam penelitian Frangopol and Imai (2000). *Suspended Structure* yang bentuk dan ukurannya seperti Gambar 8 memiliki 5 elemen *truss* yang berbentuk kabel (*cable*) dan tali penggantung (*hanger rope*) serta 3 elemen *frame* yang berbentuk balok girder.



a) Geometri Struktur



b) Hasil analisis Frangopol and Imai



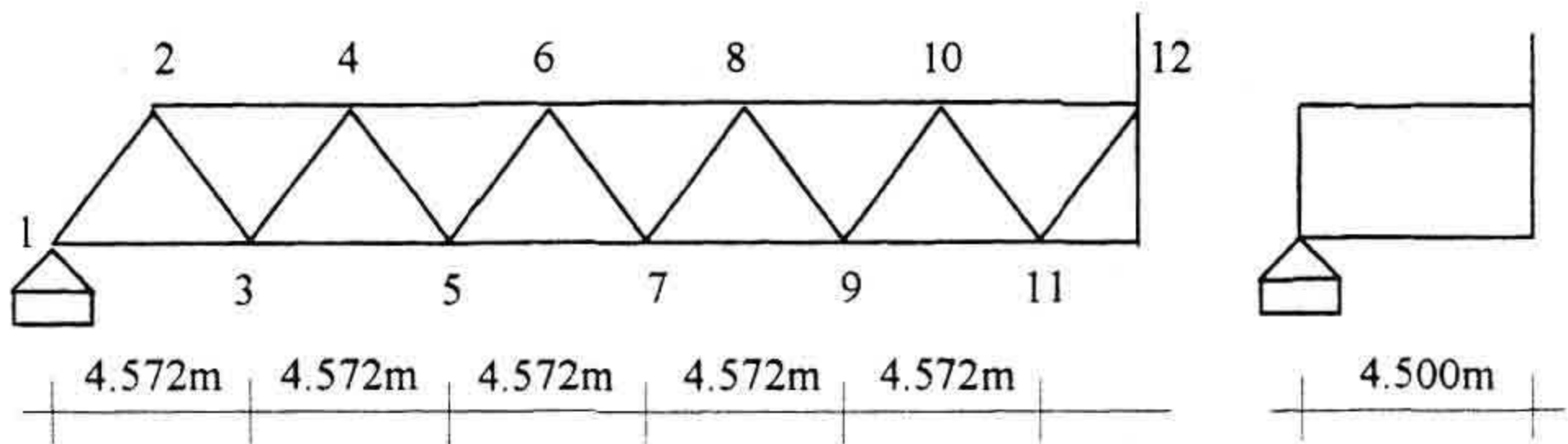
c) Hasil analisis program FT.exe

Gambar 8 Grafik Beban-lendutan *Suspended Structure*

Validasi Untuk Struktur *Frame-Truss* 3 Dimensi

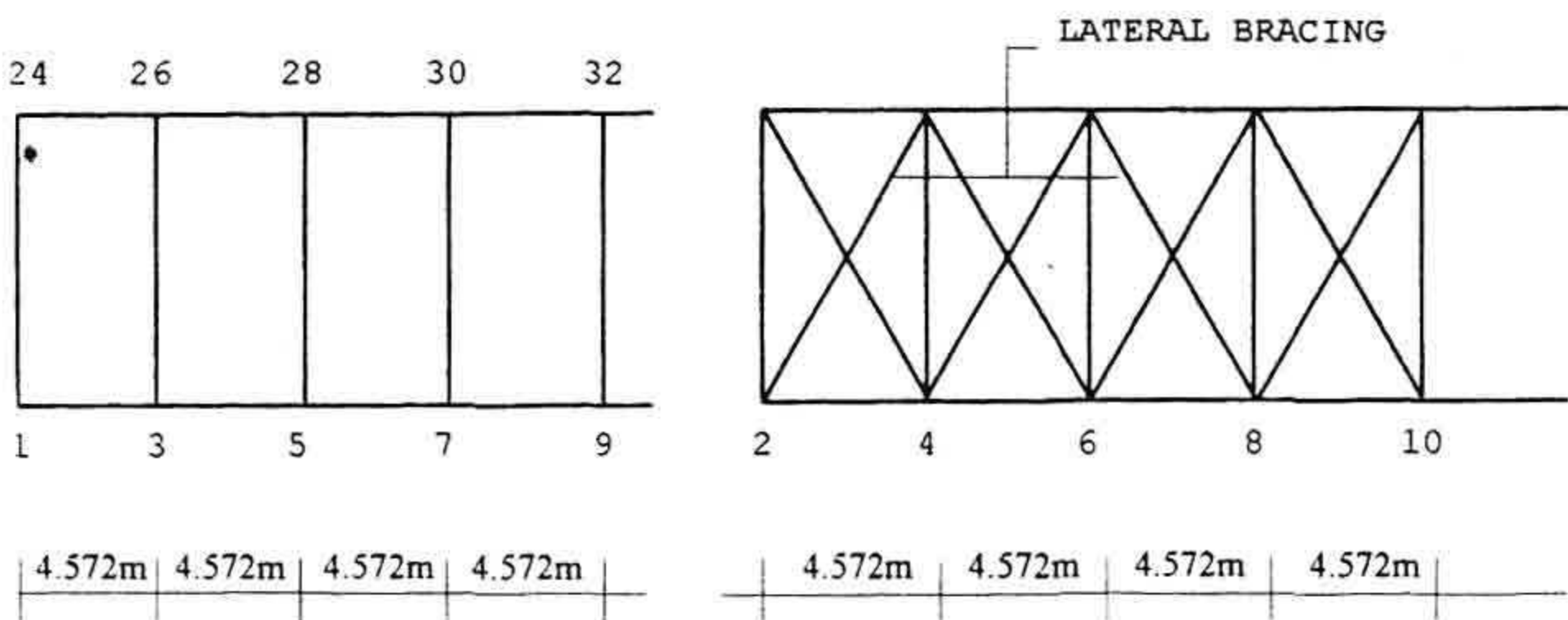
Validasi dilakukan dengan menganalisis jembatan *Calendar Hamilton* pada Gambar 9a. Handono (2001) dan Budiyo (2001) berturut-turut mengasumsikan struktur jembatan sebagai *frame 3D* dan *truss 3D* tanpa pengaku lateral pada bagian atas. Kedua peneliti berkesimpulan bahwa jembatan hanya mampu menahan beban paling besar 26 ton pada setiap *joint* bawah dari jembatan.

Pada penelitian ini jembatan tersebut dianalisis sebagai struktur 3D, pertama dengan asumsi pada bagian atas jembatan diberi *lateral bracing* dari elemen *truss* dan kedua tanpa *lateral bracing*, sedangkan bagian rangka utama jembatan diasumsikan sebagai *frame*. Pembebanan dilakukan secara berangsur-angsur pada setiap nodal bawah dari jembatan dan pada setiap penambahan beban lendutan arah mendatar (arah Y) dari nodal 12 dicatat.



TAMPAK DEPAN

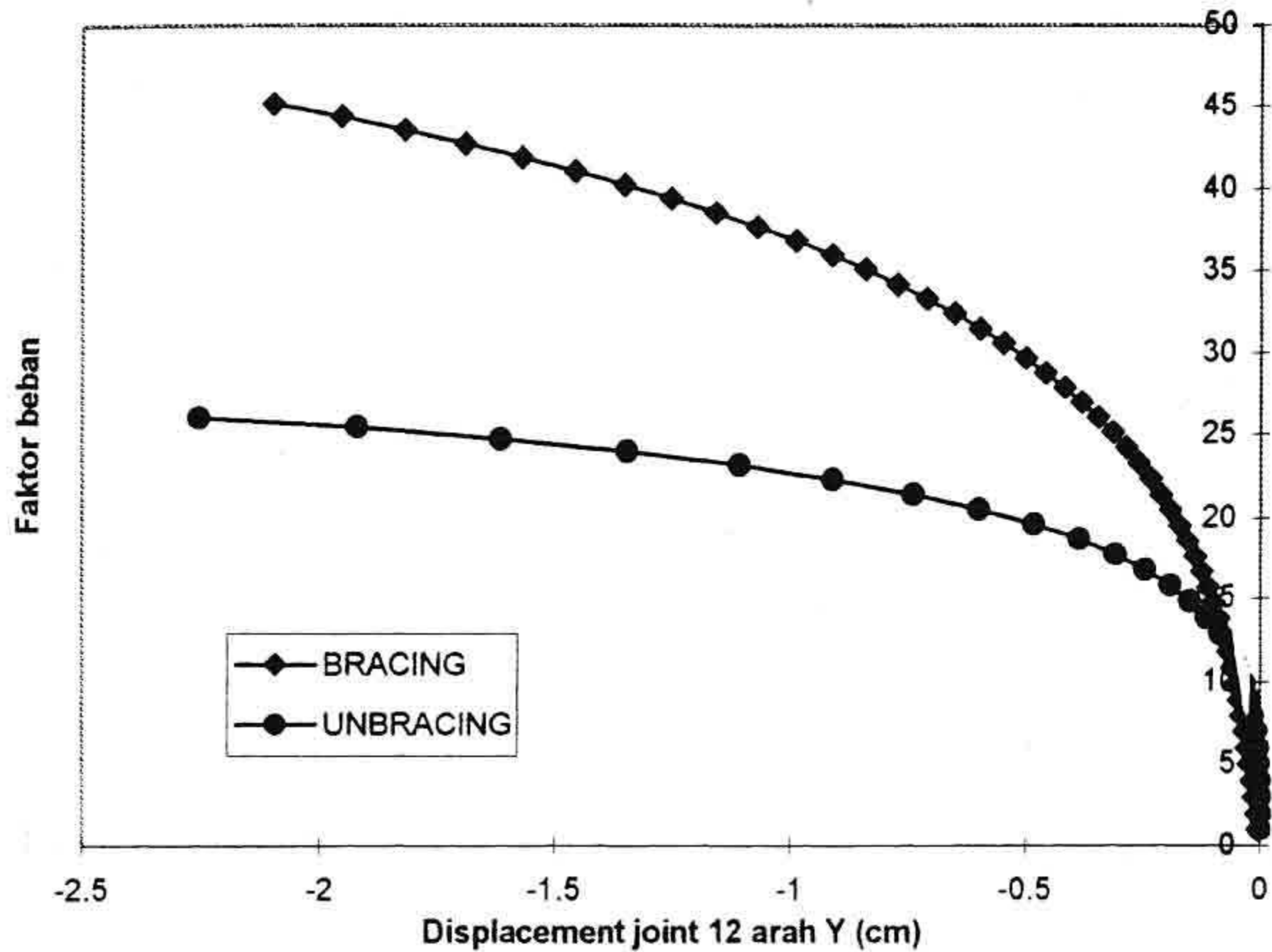
TAMPAK SAMPING



TAMPAK BAWAH

TAMPAK ATAS

a) Geometri struktur



b) Kurva Beban-lendutan Jembatan *Calendar Hamilton*

Gambar 9 Jembatan *Calendar Hamilton*

Running Time Program

Running time program dapat dipersingkat dengan mengurangi banyaknya operasi aritmatika, terutama perkalian dan pembagian (Allen and Isaacson, 1993).

Tabel 1 *Running Time Program* untuk Struktur *Space Dome*

Deformasi (satuan)	<i>Running Time</i> (detik)		
	FT.exe	NSFAPW.exe	Rasio 2/3
1	2	3	4
1	210	571	0,368
3	1532	4373	0,350
5	2743	7897	0,347
7	4005	11570	0,346
9	5180	14989	0,346

Untuk melihat hasil modifikasi, dilakukan analisis terhadap *space dome* pada Gambar 6, baik dengan program FT.exe maupun dengan program NSFAPW.exe buatan Handono (2001). Dalam analisis tersebut *displacement* pada struktur dibuat bervariasi, sementara parameter inkremen dan iterasi yang lain dibuat tetap.

PEMBAHASAN

Pengujian validitas program FT.exe dilakukan dengan membandingkan hasil analisis program tersebut dengan hasil-hasil penelitian terdahulu. Untuk melihat validitas program FT.exe ditinjau dari jenis-jenis struktur yang ada maka validasi dilakukan pada struktur *frame*, *truss*, dan *frame-truss* baik untuk struktur 2D maupun 3D. Selanjutnya, khusus untuk hasil analisis program pada inkremen kesatu dan iterasi kesatu juga dibandingkan dengan hasil analisis SAP90. Hal ini dilakukan mengingat hasil analisis program pada inkremen kesatu dan iterasi kesatu bersifat linier seperti hasil analisis SAP90, dan langkah ini bertujuan untuk melihat kesesuaian antara hasil analisis program FT.exe dengan hasil Analisis SAP90.

Dalam setiap gambar grafik hubungan antara beban dan defleksi hasil analisis program FT.exe seperti Gambar 6c, 7c, 8c dan seterusnya, dicantumkan pula grafik hubungan antara beban dan defleksi hasil analisis SAP90. Semua gambar grafik hasil analisis program FT.exe berupa garis lengkung, sedangkan gambar grafik hasil analisis SAP90 berupa garis lurus. Hal ini dapat dipahami sebab program FT.exe menggunakan pendekatan nonlinier sedangkan SAP90 menggunakan pendekatan linier. Disamping itu dapat dilihat bahwa setiap titik pertama grafik hubungan antara beban dan defleksi hasil analisis program FT.exe selalu berimpit dengan titik pertama grafik hubungan antara beban dan lendutan hasil analisis SAP90. Ini menunjukkan bahwa hasil analisis program FT.exe pada inkremen kesatu dan iterasi kesatu sama dengan hasil analisis SAP90.

Selanjutnya dengan membandingkan grafik hubungan antara beban dan defleksi hasil analisis program FT.exe dengan grafik hubungan antara beban dan lendutan hasil-hasil penelitian terdahulu, seperti Gambar 6b dengan 6c, Gambar 7b dengan 7c, dan seterusnya, terlihat bahwa keduanya memiliki bentuk yang serupa. Ini menunjukkan bahwa program FT.exe memberikan hasil perhitungan yang sama dengan program-program serupa yang dibuat oleh peneliti terdahulu. Beberapa perbedaan terjadi pada grafik tersebut di atas, misalnya titik kritis hasil perhitungan FT.exe pada Gambar 6c terletak lebih rendah dibandingkan dengan titik kritis hasil analisis Teh and Clarke (1999) pada Gambar 6b. Perbedaan tersebut terjadi bukan karena kesalahan analisis, melainkan terjadi karena perbedaan idealisasi jumlah batang yang digunakan pada saat diskritisasi elemen hingga.

Terakhir, untuk melihat keunggulan program FT.exe ditinjau dari *running time*, telah dilakukan analisis terhadap *Space Dome* pada Gambar 6 baik dengan program FT.exe maupun Program NSFAPW.exe buatan Handono (2001). Waktu yang dibutuhkan oleh kedua program untuk menganalisis dicantumkan pada Tabel 1. Dari tabel 1 kolom 4 terlihat bahwa rasio antara *running time* program FT.exe dan Program NSFAPW.exe hampir mencapai sepertiga. Ini berarti modifikasi yang dilakukan mampu mempersingkat *running time* hampir sampai tinggal sepertiganya.

KESIMPULAN DAN SARAN

Analisis nonlinier geometri terhadap struktur *frame*, *truss*, dan *frame-truss* dapat mempresentasikan perilaku struktur yang mendekati keadaan sebenarnya. Validasi menunjukkan bahwa hasil analisis program FT.exe memiliki kesesuaian dengan hasil penelitian sebelumnya. Selanjutnya, modifikasi yang dilakukan terhadap algoritma pembentukan matrix kekakuan elemen dan penyelesaian sistem persamaan linier, mampu mengurangi *running time* secara signifikan.

Disarankan melanjutkan penelitian ini dengan mencakup aspek nonlinier geometri dan material, mengingat pada struktur yang terbebani pengaruh nonlinier geometri dan nonlinier material terjadi secara bersamaan.

DAFTAR RUJUKAN

- Allen III, M.B., and Isaacson, E.L. 1998. *Numerical Analysis for Applied Science*. Singapore: John Wiley & Sons, INC.
- Balfour, J.A.D. 1986. *Computer Analysis of Struktural Framework*. London: Willam Collins Sons & Co. Ltd.
- Budiyono, T.F. 2001. *Komputasi Analisis Nonlinier Geometrik Struktur Space Truss dengan Metode Elemen Hingg*. Tesis tidak dipublikasikan. Yogyakarta: PPS UGM.
- Frangopol, D.M and Imai, K. 2000. *Geometrically Nonlinear Finite Element Reliability Analysis of Structural System II: Applications*, Computer and Structures, 77, 693-709.
- Handono, B.D. 2001. *Analisis Nonlinier Geometri struktur Frame 3-D dengan Metode Finite Elemen*, Tesis Program Studi Teknik Sipil. Yogyakarta: PPS UGM.
- Jewel, T. K. 1991. *Computer Applications for Engineers*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Kuo, S.R., Yang, Y.B., and Chou, J.H. 1993. Nonlinear Analysis of Space Frame with Finite Rotation. *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, 119 (1): 1--5.
- Levy, R. and Spiller, W.R. 1995. *Analysis of Geometrically Nonlinear Structures*. New York: Chapman & Hall.

- Leu, L.J., and Yang, Y.B. 1990. Effects of Rigid Body and Stretching on Nonlinear Analysis of Trusses. *Journal of Structural Engineering*, 116 (10):2583--2598.
- Norris, C.H., Wilbur, J.B., Utkul, S. 1977. *Elementary Structural Analysis*. Singapore: McGraw Hill International Book Company.
- Pizer, S. M. 1983. *To Compute Numerically, Concepts and Strategies*. Boston: Little Brown and Company.
- Ross, C.T.F. 1993. *Finite Element Methods in Engineering Science*. Singapore: Ellis Horwood.
- Teh, L.H. and Clarke, M.J. 1999. Symmetry of Tangent Stiffness Matrices of 3D Elastic Frame. *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, 125 (1): 248--251.
- Yang, Y.B. and Kuo, S.R. 1994. *Theory and Analysis of Nonlinear Frame Structures*. New York: Prentice Hall international Inc.